人的資本形成と消費税の経済成長及び所得分配効果

孫　　　玲　玲

目　次

Ⅰ．イントロダクション

消費税は，OECD 諸国において主要な税源として課税されるとともに，近年では中国はじめアジア東欧諸国などにも広がりを見せており，その経済成長効果及び所得分配効果というテーマは大きな政策課題となっている。本論文では，人的資本の経済成長効果及び所得分配効果を研究するため，資本ストックに加えて人的資本形成を取り扱う内生的経済成長モデルを用いて，労働所得税と消費税の人的資本形成と経済成長および所得分配効果を検討する。

人的資本形成理論については，Uzawa（1965），Lucas（1988）は，教育と人的資本を経済成長モデルに導入し，人的資本形成が経済成長を促進する効果を検証した。他方，Romer（1991）及び DeLong and Summers（1991）は，資本投資に外部性があり，収穫逓増現象が存在する場合に，内生的経済成長が現出することを明らかにした。その後，Greiner, Semmler and Gong（2005）と Acemoglue（2008）は，人的資本が存在するモデルにおいても，内生的経済成長が現出することを明らかにした。また，教育投資や人的資本がもたらす経済成長効果の実証的な側面については，Lucas（1988），Kruger and Lindahl（2001）においてその有効性が実証的に明らかにされている。

経済成長の枠組みにおいて，租税の効果を検討した研究は，古くから多くの蓄積が見られる。それらの中から，比較的近年のものとして，Chamley（1986），Judd（1986）は，資本所得税の経済成長効果を定常成長均衡において検討した。そして，Stoky and Rebelo（1995），Jones, Mannuelli and Rossi（1997）や Hindricks（1999）は，資本所得税を内生的経済成長の枠組みにおいて検討した。また，Yakita（2001）は，人的資本を含む世代重複型の内生的経済成長モデルを用いて，資本課税が将来世代の厚生水準を改善するのに対して，労働所得税は資産保有の増加を通じて消費を低下させ，厚生水準を低下させる可能性があることを指摘している。

他方，経済成長に伴う所得分配の関係，特に，長期的成長経済における所得分配を検討した研

究は，必ずしも多くはない。Alesina and Rodrik（1994）は数少ない例外である。彼らは，政府支出が生産効果を伴う内生的経済成長モデルにおいて，資本課税と経済成長，所得分配の関係を研究した。Sun and Nishigaki（2019）は，このモデルを拡張して，新たに労働所得税と消費税を導入して，生産的公共財の経済成長効果および所得分配効果を検討した。労働所得税と消費税の経済成長効果は，資本課税より優れることを示した。そして，資本課税による生産的公共財の供給が労働者にとって有利な所得再分配効果を持つことに対して，労働所得税による生産的公共支出の提供は，経済成長と資本蓄積を促進し，労働者に対する所得分配を不利にすること，また，消費税は労働所得税と同様の経済成長効果と一層の資本蓄積を促進し，個人間の資本所有の格差を拡大するが，資本所得に対しても負担を課し，労働者に対する所得分配は労働所得税より有利になることを明らかにした。

本研究においては，Greiner, Semmler and Gong（2005）の人的資本の蓄積が含まれる内生的成長モデルを拡張し，新たに消費税と労働所得税及びそれらの税により調達された公的教育投資を導入し，人的資本と経済成長及び所得分配に及ぼす効果を検討する。また，労働所得税との比較において，消費税が物的資本と人的資本形成に及ぼす効果を，経済成長と所得分配の関係から明らかにする。

ここで得られた主な結論は，以下のように要約される。労働所得税や消費税は，経済成長を直接抑制するような効果はないが，労働所得税の課税により労働時間の増加と人的資本形成に投入される時間の減少を通じて人的資本ストックの蓄積を抑制する効果と，その税収を用いた教育投資による蓄積効果の大小により人的資本ストックの蓄積が抑制されることがわかる。他方，消費税は物的資本の蓄積をより促進するが，定常成長均衡の消費を相対的に減少させる。また，所得分配効果については，労働所得税は主に労働所得により負担されるが，物的資本が人的資本蓄積より進むから，資本家に対して有利であることがわかった。消費税の負担は，基本的に消費に応じて労働所得と資本所得に負担されるが，物的資本の蓄積が進むことから，資本所得に有利な所得分配効果があることが示される。

この研究の主な貢献は次のような点である。人的資本を明示的に取り扱う内生的経済成長モデルを用いて，労働所得税に加えて消費税の経済成長効果を検討している数少ない研究の一つである。そして，労働所得税と消費税が，物的資本と人的資本の形成を通じて定常成長均衡の資本所得と労働所得の所得分配にどのような効果を持つかを検討している，筆者の知る限り初めての論文である。

以下では，第2節において，人的資本ストックを含む基本モデルに，労働所得税により調達された公共サービス（公教育）を導入し，その経済成長，人的資本蓄積と所得分配に与える効果を検討する。続いて，第3節においては，基本モデルに消費税を導入し，その経済成長，人的資本蓄積と所得分配に与える効果を，労働所得税との比較において検討する。最後に第4節では，結論と今後の課題が述べられる。

Ⅱ．労働所得税による教育投資と人的資本を含む基本モデル

ここでは，Greiner, Semmler and Gong（2005）の人的資本形成を伴う内生的な経済成長モデルを拡張し，労働所得税と，それにより調達された公的教育投資を導入したモデルを用いて，人的資本形成と定常経済成長，所得分配の関係を明らかにする。以下では，代表的家計と代表的企業とからなる分権化された市場経済を考える。

このモデルの生産部門は，Benhabib and Perli（1994）に依拠している。生産は2つの部門により進められる。一番目の部門は，労働者，物的資本ストックと人的資本ストックを用いて，消費と物的資本ストックの投資に利用できる統合財を生産する部門である。第2番目の部門は，人的資本ストックの生産部門であり，既存の人的資本ストックと公的教育投資とを投入要素として用いる。また，この人的資本ストックは，労働者に態化された技術水準とも定義される。

1. 生産部門

生産部門は多数の競争的企業からなる。代表的企業の生産関数は，コブ＝ダグラス型の生産関数により示される。産出高 Y は，労働人口 L，物的資本ストック K と人的資本ストック h とに依存して，次のように示される。そして，主要変数について時点を表す (t) を省略して記述する。

$$Y = AK^{1-\alpha}(uhL)^{\alpha} \tag{1}$$

ここで，A は技術係数で一定であり，$(1-\alpha) \in (0,1)$ は資本分配率を示すパラメーターである。また，u は労働に投入される時間の割合を示す $u \in (0,1)$。

企業は競争的に行動するので，利子率と賃金に関して次のような通常の限界生産性条件が成立する。

$$w = \alpha AK^{1-\alpha}(uhL)^{\alpha-1} \tag{2}$$

$$r = (1-\alpha)AK^{-\alpha}(uhL)^{\alpha} \tag{3}$$

（3）式より，市場の利子率は人的資本ストックの増加とともに上昇することがわかる。また，（2）式より，労働賃金は，物的資本ストックや人的資本ストックの増加に伴って上昇することがわかる。

2. 家計部門

Uzawa（1965）や Lucas（1988）と同様に，物的資本と人的資本ストックに対する投資は，期

待効用の最大化により決定されると考える。将来にわたる消費流列から得られる効用は以下のような CES 型効用関数により示される。

$$\max \int_0^{\infty} L \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt \tag{4}$$

ここで，$\rho > 0$ は割引率であり，$1/\sigma > 0$ は異時点間の消費代替率を示す。後の分析のため，$\sigma > (1-\alpha)$ と仮定する[1]。また，$c = C/L$ は労働者一人当たりの消費を示している。

3. 政府の行動

本節では，労働所得税により調達された公共教育支出 g を考慮することにより，この税をもたらす経済成長効果，所得分配効果を検討する。政府の予算制約は，

$$g = \tau_w wuhL = \tau_w \alpha A K^{1-\alpha}(uhL)^{\alpha} \tag{5}$$

となる。ここで，τ_w は労働所得税率である。($0 \le \tau_w \le 1$)。

以下では，個人の消費，物的資本ストックに対する投資，人的資本の形成のための投入時間に関する決定に関して，無限期間にわたる個人の効用最大化問題を用いて接近する。なお，ここでは個人は同質的であり，人口成長率はゼロと仮定しているので，一般性を失うことなく $L = 1$ として議論を進める[2]。

4. 消費，投資，教育投資の決定

人的資本ストックの蓄積方程式は，人的資本ストック h と教育への投入時間 u と政府が提供する教育投資 g に依存して，以下のように示されると仮定する。

$$\dot{h} = h\kappa(1-u) + \gamma g \tag{6}$$

ここで，$\kappa \ge 0$，$0 \le \gamma \le 1$ は一定の係数である。

労働所得税を考慮した場合の家計の予算制約式は，以下のように変更される。

$$\dot{K} + c = rK + (1-\tau_w)uhw \tag{7}$$

先に述べたように，個人は消費の将来流列から得られる効用の最大化により，消費，物的資本投資，人的資本投資を決定する。したがって，個人の無限にわたる効用最大化問題は，予算制約

1）σ は $\sigma \ge 1$ と推計されることが多い（Greiner, Semmler and Gong, 2005).
2）ただし，$\dot{L}/L = n$ の場合に議論を容易に拡張することができる。

式（7）と人的資本の蓄積方程式（6）を制約条件として，無期限にわたる消費から得られる効用水準を最大化する問題として，次のように示される。

$$\max \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt \tag{8}$$

$$\dot{K} + c = rK + (1-\tau_w)uhw$$

$$\dot{h} = h\kappa(1-u) + \gamma g$$

$$K(0) \geq 0,\ h(0) \geq 0$$

この通時的効用最

$$H(K, h, \theta, c, u) = \frac{1}{1-\sigma}(c^{1-\sigma}-1) + \theta_1[rK + (1-\tau_w)uhw - c] + \theta_2[h\kappa(1-u) + \gamma g] \tag{9}$$

最大化のための一階の条件を求めると，以下のように示される。

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c^{-\sigma} - \theta_1 = 0 \quad \Leftrightarrow \quad c^{-\sigma} = \theta_1 \tag{10}$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \theta_1[(1-\tau_w)w] - \theta_2\kappa = 0 \tag{11}$$

$$-\dot{\theta}_1 = -\rho\theta_1 + \frac{\partial H}{\partial K} \Leftrightarrow \dot{\theta}_1 = \rho\theta_1 - r\theta_1 \tag{12}$$

$$-\dot{\theta}_2 = -\rho\theta_2 + \frac{\partial H}{\partial h} \Leftrightarrow \dot{\theta}_2 = \rho\theta_2 - \theta_1(1-\tau_w)uw - \kappa(1-u)\theta_2 \tag{13}$$

および，以下の 2 本の Transversality Condition である[3)]。

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\theta_1(t)K(t) = 0 \tag{14}$$

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}\theta_2(t)h(t) = 0. \tag{15}$$

（10）式は，通時的な消費選択を示しているが，一人当たりの消費は労働所得税により，税徴収額に応じた所得効果しか受けないことを示している。（11）式は通時的な労働供給率 u の決定を示しているが，労働所得税の課税により，税引き後の所得が税額分低下していることがわかる $(1-\tau_w)whu$。

（10）式から（13）の条件式を整理することにより，以下のような 4 本の微分方程式に書き換

3）後に示すように，本論文では税の初期値をゼロと仮定して分析を行う。その場合，このモデルは標準的な Uzawa-Lucas モデルと同じになる。そこで，この Transversalitu Condition の成立のために，$\kappa > \rho$, $\sigma > (1-\rho/\kappa)$ を仮定する。詳しくは，Barro and Sala-i-Martin（2004），Benhabib and Perli（1994）を参照されたい。

えることができる4)。

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\sigma}[(1-\alpha)AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha}-\rho] \tag{16}$$

$$\frac{\dot{K}}{K}=(1-\alpha\tau_w)AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha}-\frac{c}{K} \tag{17}$$

$$\frac{\dot{h}}{h}=\kappa(1-u)+\gamma\tau_w\alpha AK^{1-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha-1} \tag{18}$$

$$\frac{\dot{u}}{u}=\frac{\alpha\kappa}{1-\alpha}+\kappa u-\frac{c}{K}-\gamma\tau_w\alpha AK^{1-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha-1}-\alpha\tau_w AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha} \tag{19}$$

他方，（17）式と（19）式より，物的資本ストックと労働供給率は労働所得税の課税により負の影響を受けることがわかる。逆に，（18）式より，労働所得税の課税により調達された公教育投資により，人的資本ストックの蓄積には正の影響を受ける。以下では，定常成長均衡において労働所得税が経済にどのような影響を与えるのかを検討する。

5. 定常成長均衡とその存在，安定性について

次に，定常成長均衡を，一人当たり消費，資本ストックと人的資本が同じ成長率 G で成長する状態 $\left(G=\frac{\dot{c}}{c}=\frac{\dot{K}}{K}=\frac{\dot{h}}{h}\right)$ と定義する。他方，労働供給比率 u は定常成長均衡において一定となるので，（19）式において，$\frac{\dot{u}}{u}=0$ とおく5)。

微分方程式体系（16）式から（19）式は，4 本の連立微分方程式体系であるが，新たな 2 つの変数 $y\equiv h/K$ と $z\equiv c/K$ を導入することにより，3 元連立微分方程式体系に次元を落とすことができる。

$$\frac{\dot{y}}{y}=\kappa(1-u)+\gamma\tau_w\alpha Ay^{\alpha-1}u^{\alpha}-(1-\alpha\tau_w)Ay^{\alpha}u^{\alpha}+z=0 \tag{20}$$

$$\frac{\dot{z}}{z}=\frac{1}{\sigma}[(1-\alpha)Ay^{\alpha}u^{\alpha}-\rho]-(1-\alpha\tau_w)Ay^{\alpha}u^{\alpha}+z=0 \tag{21}$$

$$\frac{\dot{u}}{u}=\frac{\alpha\kappa}{1-\alpha}+\kappa u-z-\gamma\tau_w\alpha Ay^{\alpha-1}u^{\alpha}-\alpha\tau_w Ay^{\alpha}u^{\alpha}=0 \tag{22}$$

仮定より，定常成長均衡においては $\left(\frac{\dot{c}}{c}=\frac{\dot{K}}{K}=\frac{\dot{h}}{h}\right)$ となるので，$\dot{y}/y=\dot{z}/z=0$ が成立する。なお，議論を明確にするために，ここでは労働所得税の初期税率がゼロの場合を考慮する6)。

4）詳しい計算過程については，付論 I を参照されたい。

5）Greiner, Semmler and Gong（2006）を参照されたい。

6）この仮定は制約的なものであることは言うまでもないが，Yakita（2001）など，租税効果の動学的分析の際にはよく見られるものである。

労働所得税の初期税率をゼロと想定していることから，本モデルの定常成長均衡は Benhabib and Perli（1994）のそれと一致する。したがって，定常均衡解の存在や安定性の性質についても，基本的に彼らのモデルと同様の条件の下で保障されるので，ここでは詳細な分析は行わない[7)]。

6. 労働所得税の経済成長，所得分配効果

以下では，（20）式から（22）式の方程式体系を労働所得税に関して全微分することにより，この税が持つ経済効果の分析を行う。（20）式から（22）式を労働所得税 τ_w について全微分し，整理することにより次式を得る。

$$\begin{bmatrix} -\dfrac{\psi}{y} & 1 & -\left(\kappa+\dfrac{\psi}{u}\right) \\ \phi\dfrac{\psi}{y} & 1 & \phi\dfrac{\psi}{u} \\ 0 & -1 & \kappa \end{bmatrix}\begin{bmatrix} dy \\ dz \\ du \end{bmatrix} = \psi\begin{bmatrix} -\left(1+\dfrac{\gamma}{y}\right) \\ -1 \\ \left(1+\dfrac{\gamma}{y}\right) \end{bmatrix} d\tau_w \tag{23}$$

ここで，$\phi =\equiv \left(\dfrac{1-\alpha}{\sigma}-1\right)$ および $\psi \equiv \alpha A y^{\alpha} u^{\alpha}$ と置いている。

クラーメルの公式を用いて，定常成長均衡における労働供給率の変化に関して求めることにより，次のような結果を得る。

$$\frac{du}{d\tau_w} = \frac{\psi}{|D|}\left(-\gamma\frac{\psi}{y^2}\right) > 0 \tag{24}$$

ここで，$|D|$ は（23）式の左辺係数行列式であり，その符号は次式のようにマイナスとなる。

$$|D| = -\kappa\frac{\psi}{y} + \left(\kappa+\frac{\psi}{u}\right)\phi\frac{\psi}{y} - \phi\kappa\frac{\psi}{y} - \phi\frac{\psi}{y}\frac{\psi}{u} = -\kappa\frac{\psi}{y} < 0 \tag{25}$$

したがって，労働所得税が課税されれば，労働供給率 u が大きくなり，それに応じて人的資本形成に用いられる時間 $(1-u)$ が小さくなることがわかる。このように，労働所得税の課税により，労働供給は増加し，同時に，それにより人的資本ストックの形成が阻害される。

次に，人的資本＝物的資本比率に与える効果については，次の結果が得られる。

$$\frac{dy}{d\tau_w} = \frac{\psi}{|D|}\frac{\gamma\psi}{uy} < 0 \tag{26}$$

このように，物的資本の蓄積が人的資本の蓄積を超えることがわかる。これは，労働所得税の課

7）詳しくは Benhabib and Perli（1994）P.123 を参照されたい。この点は本誌レフェリーの指摘による。重ねて感謝します。

税により，労働供給が増加しており，これが人的資本形成に負の効果をもたらすことがわかる。

最後に，消費と資本ストック比率への税効果を求めると，次の式を得る。

$$\frac{dz}{d\tau_w}=\frac{\psi}{|D|}\kappa\frac{\psi}{y}<0 \tag{27}$$

このように，労働所得税は物的資本の蓄積をより促進するため，消費，物的資本比率が低下する。また，労働所得税の課税による可処分所得の低下により，消費支出が減少し，物的資本の蓄積を促進するからと理解できる。したがって，物的資本ストックの蓄積が進むものの，それを超えて消費が増加することはないことがわかる。

これらの考察に基づき，(18) 式を用いて定常成長経路での成長率 G に与える労働所得税 τ_w の効果を，以下のように求めることができる[8)]。

$$\frac{dG}{d\tau_w}=-\kappa\frac{du}{d\tau_w}+\gamma\frac{\psi}{y}=-\gamma\frac{\psi}{y}+\gamma\frac{\psi}{y}=0 \tag{28}$$

この結果から，労働所得税の課税は経済成長に直接な影響を与えないことがわかる。したがって，労働所得税は経済成長を阻害する効果がないことがわかる。この結論は，Sun and Nishigaki (2019) と基本的に同じものと考えて良いであろう。

最後に，労働所得税が所得分配に与える効果を検討する。このモデルでは，個人は同質的であり，したがって代表的な一人の個人が労働所得と資本所得とを得ていると考えている。したがって，ここでは，労働所得税の課税が労働所得と資本所得に与える変化を検討することにより，所得分配に接近する。

労働所得税は，基本的に労働所得により負担されるが，本モデルにおいては人的資本の形成と公的教育支出を考慮に入れているので，人的資本の形成が促進される場合には，労働所得にとって有利な所得分配の変化がもたらされる可能性がある。ところが，定常成長均衡においては労働供給が増加し，逆に，人的資本の形成に投入される時間が低下するため，公的な教育支出が行われたとしても人的資本と物的資本ストック比率は低下に行く。したがって，労働所得と資本所得の変化についても，人的資本と物的資本ストック比率の変化に規定されて，労働所得にとってより不利にことがわかる。

Ⅲ．消費税による教育投資の場合

ここでは，消費税により調達された公共教育支出 g を考慮することにより，この税がもたらす経済成長効果，所得分配効果を検討する。

8）この点は本誌レフェリーの指摘による。重ねて感謝いたします。

1. 消費税が課税される場合のモデル

消費税を τ_c とし，公共支出 g とすると，政府の予算制約は労働者一人当たりの単位により示すと，以下のようになる。

$$g = \tau_c c \tag{29}$$

人的資本の形成関数は，前節と同様に次のように示される。

$$\dot{h} = h\kappa(1-u) + \gamma g = h\kappa(1-u) + \gamma\tau_c c \tag{30}$$

生産部門については，生産関数は，基本的に前節で示した（1）式と同じである。ここでも，企業は競争的に行動すると仮定すると利子率と賃金に関して次のような競争的均衡式が成立する。このように，消費税の場合には，労働と資本の雇用条件には影響を及ぼさない。

$$w = \alpha A K^{1-\alpha}(uhL)^{\alpha-1} \tag{31}$$

$$r = (1-\alpha)AK^{-\alpha}(uhL)^{\alpha} \tag{32}$$

個人の将来にわたる効用関数は，基本的に前節と同じものを用いる。他方，消費税が課税される場合には，家計の予算制約は次のように示される。以下では，$L = 1$ として議論を進める[9]。

$$\dot{K} + (1+\tau_c)c = rK + whu \tag{33}$$

2. 個人の消費，投資，教育投資の決定

個人の将来にわたる最大化問題は（30），（33）式を統合して，以下のように示される。

$$\max \int_0^{\infty} \frac{c^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} e^{-\rho t} dt \tag{34}$$

$$\dot{K} + (1+\tau_c)c = rK + whu$$

$$\dot{h} = h\kappa(1-u) + \gamma g$$

$$K(0) \geq 0,\ \ h(0) \geq 0$$

この最大化問題を解くために，当期価値ハミルトニアンが，前節と同様に，次のように定義される。

9）ただし，$\dot{L}/L = n$ の場合に議論を容易に拡張することができる。

$$H(K, h, \theta, c, u) = \frac{1}{1-\sigma}(c^{1-\sigma} - 1) + \theta_1[rK + whu - (1+\tau_c)c] + \theta_2[h\kappa(1-u) + \gamma g] \tag{35}$$

最大化のための一階の条件を求めると，次の式が得られる。

$$\frac{\partial H}{\partial c} = c^{-\sigma} - (1+\tau_c)\theta_1 = 0 \Leftrightarrow c^{-\sigma} = (1+\tau_c)\theta_1 \tag{36}$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = \theta_1 wh - \theta_2 h\kappa = 0 \tag{37}$$

$$-\dot{\theta}_1 = -\rho\theta_1 + \frac{\partial H}{\partial K} \Leftrightarrow \dot{\theta}_1 = \rho\theta_1 - \theta_1 r \tag{38}$$

$$-\dot{\theta}_2 = -\rho\theta_2 + \frac{\partial H}{\partial h} \Leftrightarrow \dot{\theta}_2 = \rho\theta_2 - \theta_1 wu - \kappa(1-u)\theta_2 \tag{39}$$

（36）式は，通時的な消費選択を示している。ここでは，一人当たりの消費のシャドープライスである税込みの共状態変数が，消費税により上昇していることがわかる。したがって，消費税の課税は通時的な消費を低下させる効果を持つ。

（37）式は通時的な労働供給率 u の決定を示しているが，基本モデルと比較して消費税の課税により直接的な効果を受けないことを意味している。このように，消費税の課税は消費のシャドープライスを上昇させ，代替効果により資本蓄積を促進する効果を持つことがわかる。

3. 定常成長均衡とその存在，安定性

前節と同様に，生産の条件式，政府の予算制約式を効用最大化条件に代入することにより，経済全体の長期的動きを示す微分方程式体系が以下のように得られる。

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma}[(1-\alpha)AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha} - \rho] \tag{40}$$

$$\frac{\dot{K}}{K} = AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha} - (1+\tau_c)\frac{c}{K} \tag{41}$$

$$\frac{\dot{h}}{h} = \kappa(1-u) + \gamma\tau_c\frac{c}{h} \tag{42}$$

$$\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\alpha\kappa}{1-\alpha} + \kappa u - (1+\tau_c)\frac{c}{K} - \gamma\frac{c}{h}\tau_c \tag{43}$$

ここでも，定常成長均衡において消費と資本ストックと人的資本は同じ成長率で成長する $\left(G \equiv \frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{K}}{K} = \frac{\dot{h}}{h}\right)$。他方，労働供給比率 u は一定となるので，（43）式において $\frac{\dot{u}}{u} = 0$ とする。

（41）式より，消費税は所得効果により，資本蓄積を低下させる効果を持つことがわかる。また（42）式より，消費税による公教育の導入は，人的資本ストックの蓄積を促進することがわかる。労働供給率については，（43）式において，消費税の課税は所得効果により u が上昇し，逆に $(1-u)$ は低下する。したがって，人的資本に投入する時間が減少し，労働供給時間が増加す

ることがわかる。したがって，消費税の税負担は，労働所得税のそれと比較すると，資本所得者に相対的に不利であり，労働所得者に対して相対的に有利に働くことがわかる。ただし，消費税は物的資本ストックの蓄積を促進し，逆に，人的資本ストックの蓄積のために投入される時間が低下することによりその蓄積を抑制する側面もある。

次に，$y \equiv h/K$ と $z \equiv c/K$ を導入し，システムの次元を縮小する。定常成長均衡においては，$\dot{y}/y = \dot{z}/z = 0$ となるので，次のような微分方程式が得られる。

$$\frac{\dot{y}}{y} = \kappa(1-u) + \gamma\tau_c zy^{-1} - A(uy)^{\alpha} + (1+\tau_c)z = 0 \tag{44}$$

$$\frac{\dot{z}}{z} = \frac{1}{\sigma}[(1-\alpha)A(uy)^{\alpha} - \rho] - A(uy)^{\alpha} + (1+\tau_c)z = 0 \tag{45}$$

$$\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\kappa + \kappa u - (1+\tau_c)z - \gamma\tau_c zy^{-1} = 0 \tag{46}$$

ここでも，消費税の初期税率がゼロだと仮定したうえで，(44) 式から (46) 式を消費税率に関して全微分することにより，次のような式を得る。

$$\begin{bmatrix} -\frac{\psi}{y} & 1 & -\left(\kappa + \frac{\psi}{u}\right) \\ \phi\frac{\psi}{y} & 1 & \phi\frac{\psi}{u} \\ 0 & -1 & \kappa \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dy \\ dz \\ du \end{bmatrix} = z \begin{bmatrix} -\left(1+\frac{\gamma}{y}\right) \\ -1 \\ \left(1+\frac{\gamma}{y}\right) \end{bmatrix} d\tau_c \tag{47}$$

以下では，クラーメルの公式を用いて (47) を解くことにより，消費税の課税がこのモデルの長期定常均衡に与える効果を検討する[10]。

4. 消費税が経済に及ぼす効果

まず，労働供給率の変化から検討しよう。(46) 式から $du/d\tau_c$ について求めると，次のように示される。

$$\frac{du}{d\tau_c} = \frac{z}{|D|}\left(-\gamma\frac{\psi}{y^2}\right) > 0 \tag{48}$$

ここで，$|D|$ は (47) 式左辺係数行列式であり，その符号は負である。したがって，消費税の増税により労働供給率は増加し，逆に，人的資本形成に投入する時間は減少することがわかる。このように，消費税の課税による，公教育の提供は人的資本ストックの蓄積にマイナスの効果をもたらす。

10) 消費税の初期税率がゼロの下では，前節と同様に，定常成長均衡は Benhabib and Perli (1994) のそれと一致する。したがって，定常均衡解の存在や安定性の性質についても，基本的に彼らのモデルと同様の条件の下で保証される。

次に，人的資本と物的資本比率に与える効果については，次の結果が得られる。

$$\frac{dy}{d\tau_c}=\frac{z}{|D|}\left(\gamma\frac{\psi}{uy}\right)<0 \tag{49}$$

したがって，物的資本の蓄積が人的資本の蓄積を超えることがわかる。このように，消費税の課税は，消費支出を抑制し，物的資本ストックの蓄積を促進することがわかる。

最後に，消費と物的資本ストック比率への税効果を求めると，次の式を得る。

$$\frac{dz}{d\tau_c}=\frac{z}{|D|}\kappa\frac{\psi}{y}<0 \tag{50}$$

このように，消費税は物的資本の蓄積をより促進するため，消費，物的資本比率が低下する。したがって，物的資本ストックの蓄積が進むものの，それを超えて消費が増加することはないことがわかる。

（42）式を用いて，定常成長経路における経済成長率の変化を求めると，次のようになる。

$$\frac{dG}{d\tau_c}=-\kappa\frac{du}{d\tau_c}+\gamma\frac{z}{y}=-\gamma\frac{z}{y}+\gamma\frac{z}{y}=0 \tag{51}$$

このように，消費税税の課税により，経済成長率は直接的な影響を受けないことがわかる。したがって，消費税についても経済成長を阻害する効果がないことがわかる。この結論は，Sun and Nishigaki（2019）と基本的に同じものと考えてよいであろう。

次に，所得分配の効果をみると，消費税は，基本的に労働所得と資本所得に比例的な負担を与える。しかしながら，定常成長均衡においては，人的資本ストックより物的資本の蓄積が促進されているため，資本所得にとってより有利に働くことが考えられる[11)]。

Ⅳ．結　論

本論文において以下のような所見を得た。まず，労働所得税を導入すると，税引き後の賃金率が低下し，所得効果により労働供給が増加し，人的資本形成への投入時間が減少することがわかる。定常成長均衡においては，労働所得税の課税は経済成長率に直接的な効果をもたらさないが，定常成長均衡における人的資本と物的資本ストックの比率が低下し，物的資本を促進することがわかる。

所得分配効果については，労働所得税は基本的に労働所得により負担されるが，人的資本ストックが存在する場合には，物的資本と人的資本の代替が起こり，これは資本所得にとって不利

11）Sun and Nishigaki（2019）は，消費税の負担を労働所得者と資本所得者が等しく被るのは，定常状態のみであることを示した。

に，労働者にとって有利に働くことがある。ところが，本モデルにおいては，物的資本の蓄積は人的資本以上に促進され，これは資本家にとって有利に，労働者にとって不利に働くことが明らかになった。

次に，消費税を導入すると労働供給は増加し，人的資本形成に投入される時間が減少するため，公的な教育投資が存在する場合においても物的資本ストックの蓄積が促進される。ただし，消費と物的資本比率は低下するので，消費の増加は物的資本ストックの増加に追い付くことはできない。

消費税の所得分配効果については，基本的に消費額に応じて資本所得にも労働所得にも負担されるが，物的資本と人的資本の代替を通じて，労働所得に不利な効果が，そして資本所得に有利な効果が働くことがわかった。

V．補論 I

1．労働所得税モデルにおける長期均衡

効用最大化条件式（10）～（13）に，個人と政府の予算制約式を代入することにより，消費の経時的変化を以下のように示すことができる。

$$-\sigma\frac{\dot{c}}{c}=\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} \tag{A 1}$$

次に，（12）式を整理することにより，次式を得る。

$$\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1}=\rho-r \tag{A 2}$$

（A 1）式と（A 2）式を統合することにより，消費の成長率に関する微分方程式が次のように得られる。

$$\frac{\dot{c}}{c}=\frac{1}{\sigma}(r-\rho)=\frac{1}{\sigma}[(1-\alpha)AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha}-\rho] \tag{A 3}$$

次に，（2）式と（7）式より資本蓄積の微分方程式を得る。

$$\frac{\dot{K}}{K}=r+\frac{(1-\tau_w)uhw}{K}-\frac{c}{K}=(1-\alpha\tau_w)AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha}-\frac{c}{K} \tag{A 4}$$

同様に，（6）式に政府予算制約式を代入して整理することにより，人的資本ストックに関する次のような微分方程式を得る。

$$\frac{\dot{h}}{h} = \kappa(1-u) + \gamma\frac{g}{h} = \kappa(1-u) + \gamma\tau_w\alpha AK^{1-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha-1} \qquad \text{(A 5)}$$

最後に，(11) 式に (2) 式を代入して変更することにより，次のような式を得る。

$$\theta_1[(1-\tau_w)\alpha AK^{1-\alpha}(uh)^{\alpha-1}] = \theta_2\kappa \qquad \text{(A 6)}$$

(13) 式に (A 6) 式を代入して整理することにより，次の式を得る。

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = \rho - \kappa \qquad \text{(A 7)}$$

(A 6) 式を時間に関して微分することにより，次の式のように表すことができる。

$$(1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} + (1-\alpha)\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} - (1-\alpha)\frac{\dot{h}}{h} \qquad \text{(A 8)}$$

(A 8) 式に (A 2)，(A 4)，(A 7)，(A 5) を代入することにより以下の式を得る。

$$\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\alpha\kappa}{1-\alpha} + \kappa u - \frac{c}{K} - \gamma\tau_w\alpha AK^{1-\alpha}u^{\alpha}h^{\alpha-1} - \alpha\tau_w AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha} \qquad \text{(A 9)}$$

Ⅵ．補論Ⅱ

1. 消費税モデルにおける長期均衡

効用最大化条件式 (36)～(39) に，個人と政府の予算制約式を代入することにより，時間的に微分すると，以下のように示すことができる。

$$-\sigma\frac{\dot{c}}{c} = \frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} \qquad \text{(A 10)}$$

次に，(38) 式を整理することにより，次式を得る。

$$\frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} = \rho - (1-\alpha)AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha} \qquad \text{(A 11)}$$

(A 10) 式と (A 11) 式を統合することにより，消費の成長率に関する微分方程式が次のように得られる。

$$\frac{\dot{c}}{c} = \frac{1}{\sigma}[(1-\alpha)AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha} - \rho] \qquad \text{(A 12)}$$

次に，（33）式より資本蓄積の微分方程式を得る。

$$\frac{\dot{K}}{K} = AK^{-\alpha}(uh)^{\alpha} - (1+\tau_c)\frac{c}{K} \tag{A 13}$$

同様に，（30）式の人的資本ストックに関する次のような微分方程式を得る。

$$\frac{\dot{h}}{h} = \kappa(1-u) + \gamma\tau_c ch^{-1} \tag{A 14}$$

最後に，（37）式を変更することにより，次のような式を得る。

$$\theta_1[\alpha AK^{1-\alpha}(uh)^{\alpha-1}] = \theta_2\kappa \tag{A 15}$$

（39）式に（A 15）式を代入して整理することにより，次の式を得る。

$$\frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} = \rho - \kappa \tag{A 16}$$

（A 15）式を時間に関して微分することにより，次の式のように表すことができる。

$$(1-\alpha)\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\dot{\theta}_1}{\theta_1} + (1-\alpha)\frac{\dot{K}}{K} - \frac{\dot{\theta}_2}{\theta_2} - (1-\alpha)\frac{\dot{h}}{h} \tag{A 17}$$

（A 17）式に（A 11），（A 13），（A 14），（A 16）を代入することにより以下の式を得る。

$$\frac{\dot{u}}{u} = \frac{\alpha\kappa}{1-\alpha} + \kappa u - (1+\tau_c)\frac{c}{K} - \gamma\frac{c}{h}\tau_c \tag{A 18}$$

参　考　文　献

Acemoglu, D., *Introduction to Modern Economic Growth,* Princeton University Press, Princeton. 2009.

Alesina, A. and D. Rodrik., "Distributive politics and economic growth." *The Quarterly Journal of Economics,* Vol.109, 1994, pp.465-490

Benhabib J., and R. Perli., "Uniqueness and Indeterminacy." *Journal of Economic Theory,* Vol.63, 1994, pp.113-142.

Barro, R. J. and X. Sala-i-Martin., *Economic Growth, 2nd ed.* MIT Press, Cambridge, Massachusetts. 2004.

Chamley, C., "Optimal Taxation of Capital Income in General Equilibrium with Infinite Lives," *Econometrica,* Vol.54, 1986, pp.607-622

DeLong, B. J., L. H. Summers., "Reassessing the Empirical Validity of the Human Capital Augmented Neoclassical Growth Model." *Quarterly Journal of Economics,* Vol.106, 1991, pp.445-502.

Greiner, A., Semmler, W. and G. Gong., "The forces of Economic Growth", *Princeton University Press.* 2005, pp.52-58

Hendricks, L., "Taxation and Long-Run Growth," *Journal off Monetary Economics,* Vol.43, 1999, pp.411-434.

Jess Benhabib and Roberto Perli., "Uniqueness and Indeterminacy : On the Dynamics of Endogenous Growth," *Journal of Economic Theory* Vol.63, 1993. pp.113-142

Jones, L. E., Manuelli, R. E. and P. E. Rossi., "On the Optimal Taxation of Capital Income," *Journal of Economic Theory,* Vol.73, 1997, pp.93-117.

Judd, K. L., "The Welfare Cost of Factor Taxation in Perfect Foresight Model," *Journal of Political Economy,* Vol.95, 1987, pp.675-709

Kruger, A. B., and M. Lindahl, "Education for Growth : Why and For Whom?" *Journal of Economic Literature,* vol.39(4), 2001, pp.1101-1136.

Lucas, R. E "On the mechanics of economic development" *Journal of Monetary Economics,* Vol.22 (1), 3-42 1988.

Romer, P. M "Increasing Returns and Long-run Growth." *Journal of Political Economy,* Vol.94, 1002-37. 1986.

Semmler, W., and G. Groh "Estimating parameters of real business cycle models." *Journal of Economic Behavior & Organization,* Vol.30, 1996, pp.301-325.

Sun L. L. and Y. Nishigaki, "Consumption Tax and Its Effects on Economic Growth and Income Distribution－A comparative study using capital and labor income taxes," *The Bulletin of the Graduate School of Economics, Ryukoku University,* Vol.19, 2019, pp.19-32.

Uzawa, H. "Optimal Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth." *International Economic Review,* Vol.6, 1965, pp.18-31.

Yakita, A., "Taxation in an Overlapping Generations Model with Human Capital," *International Tax and Public Finance,* Vol.8, 2001, pp.775-792.

（受付　2020 年 5 月 7 日）