

# 「時間生成の問題」序論－ Algebraic Quantum Field Theory からみえてくる哲学的解釈

藤 本 忠

## 概要

時間の問題を数理科学として厳密に理解する方法の一つとして、2000 年代はじめに時間作用素の研究が進んだ。しかし、時間の作用素は時間を観測の問題（粒子の「生き残り確率」）として理解することが発端となっており、今日、時間の作用素に関する表現論が一応の決着をみた後でも、そこには哲学的解釈への問いがまだ存在する。さらに、時間がいかにして「生成」してくるのかという問題に関しては、時間の作用素の方法では限界がある。時間の生成に関しては、素粒子物理学における「対称性の破れ」が密接にかかわっていると思われる。

**Keywords:** エンタングルメント問題、クラスター分解、時間の観測、作用素環

## 1 はじめに

時間の哲学的基礎づけの歴史、及び最近の数理科学における問題の取り扱いに関して、私は以前、拙著『時間の思想史－双対性としてのフィジカ・メタフィジカ』（晃洋書房、2017 年）の中でいくつかのテーマに絞って取り上げ議論した。しかし、時間の生成の問題に関しては、ライプニッツ、ボルツァーノのアイデアを取り上げはしたものの、数理科学の文脈の中では表立って取り上げることはできなかった。

時間作用素は、物理学、とりわけ量子物理学の中で重要な役割を果たすで

あろうことが予見され、今日、多くの論文・テキストの中で議論されている。W. パウリがかつて否定的に論じた頃と異なり、時空の非可換性の議論にまで拡張されて議論されることもある。しかし、時間の作用素は、その数学的表現論に限っても、位相の取り方や、作用する定義域によっても複雑な姿を示している [Arai-Hiroshima 2017]。また、この作用素は、もともと、不確定性関係に基づく粒子の（散乱問題に関連する）「生き残り確率」の問題として再脚光を浴びた経緯もあり、時空の非可換性の議論に直接結び付けることには慎重でなければならないだろう<sup>(1)</sup>。

加て最も重要な問題として、時間作用素は、その系のハミルトニアンと連動していることが挙げられる。ハミルトニアンは、周知のように、ネーターの定理により、時間の平行移動をつかさどる。つまり、時間を一つ決めたととき、その物理系の保存量としてエネルギーを示しつつ、その系の時間に関する対称性を決めている。したがって、見方によっては、特殊相対性理論が扱うようなある一つの「参照基準系」の局所的世界の中の粒子や場の振る舞いにしか、ある特定の時間作用素は適用できない。つまり、一般にハミルトニアン形式が使えない非慣性系では時間作用素は適用ができない。また時間作用素の理論は、「時間がいかに生じてくるのか」という問題に関していえば、それだけではいささか応用範囲が狭い理論なのである。

本論では、上記の問題を踏まえて、時間の生成について、一つの別の見方を提示し、それを時間作用素の議論と結合させる試みを行う。その際、具体的なテーマとしてエンタングルメントとクラスターという量子場にかかわる二つの問題を取り扱い、議論が抽象的にならないようにしたい。

## 2 Ontology（存在論）と Epistemology（認識論）

まず、不確定性関係とそれに関する解釈の問題から議論を始めたい。

よく知られているように、最近の不確定性関係の進展（Ozawa の不等式の発見の過程）で、小澤正直が述べているように、ハイゼンベルグの議論には、

いわゆる測定精度をめぐる側面と、標準偏差の数学的意味から作用素の非可換性が強調される側面（ケナードの不等式）とがあったことが分かっている [小澤 2018]。この際、小澤が指摘しているのは、物理学において測定が行われる当該の対象系と数学の文脈で解析される対象との差異である。ハイゼンベルグの不確定性関係がその後の歴史の中で数学として洗練されていく過程で、物理学における観測・測定への反省があまり考慮に入れられることがなく、作用素の非可換性という数学の作用素論的代数問題のなかへ埋没してしまったと小澤は考えている。昨今の重力波の検出を通じて、物理学の文脈が見直されたとされる。これが不確定性関係の認識的アプローチである。つまり数学的な設定である作用素の非可換性の問題を存在論的アプローチとして仮定した場合、観測の問題ではこの数学的アプローチでは見逃されてしまう物理的文脈依存性を正しく評価するという立場が認識論的アプローチである。

確かに、数学の脈絡では、作用素の非可換な状態が、現象あるいは観測のどこの過程を意味しているか問われることはない。数学による理論の強みは、それが物理的文脈にその都度影響されないという一般性・普遍性にある。しかしながら、その理論の適用についていえば、数学そのもののものに物理学の現象へ向かう経路が内在的に、ア・プリオリに存在するわけではない。こうしたことを正確に論じるためには数学と物理学の学問論や学問性質を考慮に入れたやや大きなテーマを扱う必要がある。したがって、本論では言及できない。しかし、物理学のための「道具」である物理的数学と数学としての数学は同じ位階で語られることはできない。少なくとも、19 世紀以降に「理数系」というくくりの中で、あたかも同類の学問であるかのように論じられてしまう数学と物理学の歴史がそこには伏在している点をここでは指摘しておこう [藤本 2018]。

誤解のないように述べておけば、不確定性関係において数学的アプローチ（存在論的アプローチ）がアプローチとして誤っているわけではない。数学として論じられる限りでは、厳密な証明がなされている。ポイントは、不確

定性を引き起こす「要素」そのものが、当該物理系の観測や検出過程の中で、様々な誤差や検出精度の問題としてもたらされるのであり、そういった具体的な要素は数学の中で、最初からア・プリオリに現れる要素ではないということである。

量子エンタングルメントに関しても、数学として整備された理論と、それが昨今の光学（工学）技術の進展の中で、最近になって実証可能となった実験データとの間にも同じような関係がなりたつ。

数学としてエンタングルメント問題を考える際は、例えば作用素環・代数的アプローチとして、

$A, B$  を  $C^*$  代数として、 $\omega^A := \omega(a \otimes 1)$ ,  $\omega^B := \omega(1 \otimes b)$  とすると、エンタングルメント状態とは、広義には  $\omega(a \otimes b) = \omega^A(a) \cdot \omega^B(b)$  と product state で書けない状態をいう [C. Bär, K. Fredenhagen 2009]。

もっとも、厳密な量子エンタングルメントは<sup>(2)</sup>、古典的な相関関係より強く、測定結果が基底の取り方によらない。相関した空間的に分離されたシステムの特定の測定値が必然的に非局所的であるという数学的証明は J. ベルによって示されており、ベルの不等式と呼ばれている。本論ではここまで厳密な議論はしない。ただし、エンタングルメント状態は、哲学の中で不可思議な問題として議論されるに反し、非エンタングルメント状態に比べて圧倒的に多く ( $2^n = 2n$  比)、特異な状態ではないことには注意を要する。

数学の場合は、量子エンタングルメントの分離は、「特異値分解 (Schmidt 分解)」という手段でなされる。これは例えば行列の演算に自由度を加えることでなされる [松枝 2016, A. C. Torre 2010]、一種のダイレーション Dilation 理論の応用である。このエンタングルメントもその分解も、全くパラドクスではないのである。しかし、量子物理学の問題の中で、エンタングルメントが、時にいわゆるミステリアス問題として取り上げられるのは、それが空間的に離れた領域において、「因果性」問題が前面に出てくるからである。

しかし、数学（や通信）の観点からいえば、相対論的要請は全く破られて

いない。むしろ、エンタングルメントがパラドクスにみえるのは、情報を受け取る両端ではなく、第三者の視点（超越的視点）からみた場合であり、これが「非局所性」として理解される原因である<sup>(3)</sup>。

以下で、量子エンタングルに関連して「時間と因果」の問題を論じておきたい。この問題が時間の生成を理解する足掛かりとなるだろう。

### 3 時間と因果

数学は、証明過程（推論過程）で、前提と帰結の連鎖が必要とされる（広義の因果といえそういえる）。しかし「時間」的因果問題が前面に出ることはない。物理学以下の諸科学における因果とは、通常、時間的因果である。それは自然現象が時間のパラメータと相関しているからである。実は、時間が因果を基礎づけているのか、因果が時間を基礎づけているのか、今日の科学哲学においても結論は出ていない。この点、先の存在論的と認識論的という関係で因果を考えると、例えば、数学的なアプローチは大雑把にはヘンペルの説明理論に近いといえるかもしれないが、数学が自然科学と全く同じではない点を考慮すると、説明理論では解釈しがたい点も多くある〔内井 1995, 小林 1996〕。

数学的視点（存在論的視点）を、ここではあえて強調してみよう。そこには、時間の因果問題は登場しない。あるのは相関関係のみである。数学的にみれば、状態がテンソル積で表示できないだけであり、いつでもダイレクションの応用によって積状態へ移行できる。エンタングルメント問題がパラドクスにみえるのは、物理学（フィジカ）の視座、つまり現象の認識論的視点が日常の時間概念の中で理解され、それがあたかも特殊相対論を破って、情報（一種のエネルギー）の伝播が可能になっているような錯覚に陥るからである。後で述べるが、これは一つの局所的「参照基準系」を拡大解釈していることに起因する。したがってエンタングルメント問題は、局所場の理論である代数的場の量子論 Algebraic Quantum Field Theory (AQFT) と完全に両

立可能である。

次にこうした問題を掘り下げるため、広義エンタングルメント問題でもあるクラスター分解定理の視点から解釈してみよう。

数学と物理をつなぐ関係として、様々なクラスター分解定理がその指標になり、そこに時間的な問題が伏在していることがある。

例を挙げてみよう。特殊相対論の局所場の真空に関するクラスター Cluster 定理である。これは、Jost- Lehmann- Dyson 定理 (1962) といわれ、改良版が Fredenhagen によって 1985 年に出された。基底状態  $\Omega$  と励起状態 (作用素が作用している) にスペクトルギャップがある場合に次の不等式が成立する <sup>(4)</sup>。

$$|(\Omega, AB\Omega) - (\Omega, A\Omega)(\Omega, B\Omega)| \leq e^{-m\tau} (\|A^*\Omega\| \|B\Omega\| + \|A\Omega\| \|B^*\Omega\|)$$

(並進不変性を仮定)

クラスター項 (右辺) によって相関項を評価するとき、物理量が空間的である際、エネルギーの情報であるスペクトルギャップ  $m$  と、正数の時間パラメータが定数項として入っている。この左辺の相関項は定時刻上の局所的領域の距離を測っていてもいえる。時間は距離を測る (例えば湯川ポテンシャル)。つまり、左辺が広義エンタングル状態であり、これが非エンタングル状態 (クラスター状態) によって評価される際、時間が、観測の問題 (認識的問題) として評価項に登場している。そうすると、ここでの時間  $\tau$  の由来が問題となるだろう。この問題を考える際に重要な視点が存在する。

一般に、半群の構造をもち空間併進をつかさどる  $e^{-iHt}$  と熱核  $e^{-\beta H}$ , ( $\beta > 0$ ) について新井朝雄が「系の時間発展と熱平衡状態は、一つの対象 (上位のアイデア) (今の場合、半群と群構造) の分節」として捉えている [新井 2008]。これの指摘は、極めて重要である。クラスター評価は、形だけみれば  $e^{-\beta H}$ , ( $\beta > 0$ ) と同じなのである。この点については後で再度触れる。

AQFT の場合、空間的に限定された領域かつ限定された時間 (有限な時空領域  $D$ ) における物理量  $A(D)$  に局所物理量の公理として、(領域) 単調性、(ボアンカレ) 共変性、(空間的) 局所性、(代数の) 生成条件、を仮定して

いる [荒木 2001]。この場合、有界な時空は、特殊相対論にもとづくマクロ（古典的）な時空が前提されている。ただ、この有界領域に局在する物理量が生成するフォン・ノイマン環は III 型であるという点をここで考慮するならば、先に述べたように、量子エンタングルメントが AQFT の局所性を破るという理解は誤解である。有界領域は相対論的要請を超えて通信できないからである。しかし、一方の情報伝達が他方に対して（瞬時に）決定論的にみえる。ここには、因果と時間の理解に関する一種の誤解がある。この点を明らかにすることが重要である。

#### 4 量子物理学のミクロ・マクロ的時間相

ここで以下「量子論における時間区分」を、やや天下りのだが、設定する。

- (A) 外的時間：実験に際して測られるマクロ的時間。
- (B) 観測の時間：観測そのものに関係する時間（観測器との関係）
- (C) 内的時間：ミクロな対象そのものに固有の時間。

この区分は W・ハイゼンベルグ流のコペンハーゲン解釈に従っている。  
 (A)、(B)、(C) を次のように読み替え [高林 2001, W. Heisenberg 1969]、さらに AQFT における存在論的視点と認識論的視点を加える [小嶋 2013]

- (A) 古典物理的時間（現象している時間）。
- (A)－(B) の接続としてのフォン・ノイマン環  $\mathcal{A}(D)$
- (B) 観測に関する時間（インストルメント Instrument, Arverson スペクトル）
- (B)－(C) の接続としての、フォン・ノイマン環のセクターによる（熱力学的）諸相（純粋相、混合相、超選択則）
- (C) 非現象的時間（量子的時間）。

ところで (B) において、量子的対象はマクロな観測装置と相関状態にある [Ozawa 2005, 小嶋 2013]。しかし密度作用素による観測過程（第一種過程）の干渉項は、観測装置の自由度を上げると消せる。また、インストルメントとは、トレース保存の完全正写像として定義される。その際、後で触る

が、正值作用素測度 (POVM) を使うことになる。インストルメントによる測定記述は、(ある自由度のうちで) 観測装置と対象系の間での相関を保持する。

Arverson スペクトルの詳細は竹崎正道のテキスト [竹崎 1983] などに書かれているが、要するに、それは作用素環の表現が可換  $C^*$  を超えて、可換バナッハ環にまで拡張され、その際に、フーリエ変換の零点で定義されるスペクトルである。これにより、ヒルベルト空間上の正規作用素やユニタリ作用素から、もう少し広いクラスの作用素へスペクトル分解が拡張される。以上のような舞台装置を設定した上で、時空の位置づけに関して少し哲学的整理をしたい。

上で整理したハイゼンベルクの構図は、時間と空間を非感性界 (イデア界) と現象界 (事象的 (event) 世界) の間に置く立場であるプラトンの系譜上にある。実際、ハイゼンベルク自身、プラトンからの影響を認めている。また、こうした系譜上には時間をモノド (実体) の順序的配列として考えるライプニッツもあり、ボルツァーノも「点集合論」を基礎に時間の生成を考えている。

先にハミルトニアンにかかわる熱核に関して論じた。時間と熱の問題についていえば、哲学的自然学の見地からみると、例えばアリストテレスの名前が浮かぶ。彼のテキスト (『自然学』『魂論』) には、運動から時間を構成する外在的視座と、ベルクソンに通じる意識 (魂) の内在的持続の両面がみられる。もっともアリストテレスの場合の「持続」は、生命原理としての持続であり、ベルクソンのように空間的形態から分離された純粹意識の問題として理解するには無理があるが、逆にいえば、現代の意識の問題の立て方が果たして正鵠を得ているかどうかについては反省が必要であろう。

例えば次のような思考問題を考えてみよう。「完全静止世界において、意識は機能するかどうか」、「意識が機能しないところに時間はあるのか」つまり「完全静止状態世界において時間は語れるのか」、さてどうだろうか。

## 5 時間生成の背景－対称性の破れ

時間の生成に関して考察するにあたって重要な手がかりになる例を挙げたい。ヒントは BEC（ボーズ・アインシュタイン凝縮）状態の積分分解と対称性の破れである [新井 2008]<sup>(5)</sup>。

一般に BEC 状態  $\omega_{BEC}(W(f))$  は時間・空間的クラスター性を有しないが、そこに対称性の自発的破れ (spontaneous breaking) により、クラスター性が実現される ( $\omega_{r,\theta}$ : 変数変換を行う)。

荒木・ウッズ表現を経由して、GNS 表現<sup>(6)</sup>を作り ( $\omega_{BEC}(W(f)) = (\Omega_{BEC}, W_{BEC}(f) \Omega_{BEC})$ )、変数変換後のパラメータの非同値性を仮定すると、すべての巡回表現が非同値になる。

これにより、ファイバー直積の表現が、

$$H_{BEC} = \int_{[0,\infty) \times [0,2\pi]}^{\oplus} H_B d\mu(r, \theta), \quad W_{BEC}(f) = \int_{[0,\infty) \times [0,2\pi]}^{\oplus} W^{r,\theta}(f) d\mu(r, \theta), \quad \text{となる。}$$

自発的対称性の破れは、時間発展の物理定数が不変である場合である。したがって全体としてみると真空に関してゲージ対称性全体は保たれている。しかし、それでさえ、各真空に対して GNS 表現は互いに非同値である。さらにクラスター性も成立する。

この事態は III 型因子環の理論からみると、KMS 状態<sup>(7)</sup>における、異なる温度  $\beta$  をもつ状態と関係している。時間パラメータ  $t$  はこのファイバーにある種の破れの概念が重なったとき生じると解釈可能である。これは数学的 (存在論的) な意味でのファイバーの列が時間という認識を生じさせている、とみる解釈を導く。

以上を一般化した場合、つまり、あるファイバー上、系の時間発展を決める物理定数が動く、対称性の明示的破れ explicit breaking の場合を考えてみよう。フレーバー対称性やフレーバー量子数の破れ、電弱理論における二種類の  $\pi$  中間子の質量差やニュートリノ振動などがこの破れを導く。例えば CPT の破れから垣間みられるように、標準模型からはみ出て、時間並進の不変性から導かれるエネルギー保存の破れ (ハミルトニアンに関する) という

時間の連続性を破る基層構造を想定し得る。こうした想定はライブニッツのモナドによる時間の構成のアイディアに近い。

物理系の時間発展は、ある種のファイバーごと（対称性の明示的破れの場合ファイバーという表現が適切かどうか分からないが）、異なっているはずである [小嶋 2013]。そうだとすると、自発的破れのさらに下層に、ある系の時間を生成するような、連続無限でかつ物理定数までの変化をつかさどる何らかのメカニズムがある可能性がある。AQFT でそこに迫るには、観測の側からの有界領域の基礎づけ（スケール変換のさらなる進展）が必要となる。つまり、特殊相対論における局所系の実数パラメータでなく、基層の構造との連関を考察しなくてはならないのである。

量子エンタングルメントの問題を再度考えてみれば、次のような見解が可能かもしれない。ある通信において、一方が通信を受け取ることを対称性が破れること（ある種のクラスター性が成立すること）と解釈すれば、それは時間的因果によるパラドクスではなく相関関係が決まることである。それは、ある系の参照基準系を生成することであり、それによって局所系の時間発展が決まる、あるいは熱的構造が決まる。時間表示における時間パラメータと、その都度生成している時間の層は位階が異なっているのだが、我々が通常観測できるのは、参照基準系の時間であり、それと相補的な熱現象である。この局所時間を大域化する誤り、あるいは熱現象のパラメータを固定することによって引き起こされる錯誤が、エンタングルメントのパラドクスである。エンタングルメントを因果の破れとして考えてしまう事態の奥には、局所系の安定性を成立させるような時間の生成過程が潜んでいるかもしれないのである。

## 6 時間の作用素とその意味

ここで、時間の問題を再度考察するため、時間の作用素に関して復習しておきたい。

歴史的には非定常状態におけるエネルギーの観測から、時間との間で分散関係があることが知られていた。シュテルン-ゲルラッハ Stern-Gerlach の実験を通じてハイゼンベルクが  $\delta E \delta T \sim \hbar$ 、すなわち時間とエネルギーの不確定性関係 the time-energy uncertainty relation を提示する。

$$\Delta T \Delta E \geq \frac{1}{2} \hbar$$

ここで  $\Delta$  は標準偏差 [M. Jammer 1966]。

時間の不確定性は、物理的には計測の問題であるから認識問題として理解され得る [Busch 2008]。しかし、昨今の時空の非可換幾何や AQFT において、曲がった時空上での作用素環系を考えると、数学としては、作用素そのものを介した存在論的議論が必要となる。こうした見方が正しいかどうかについて、私はいささか懐疑的である点を本論の最初で述べた。

ところで歴史的に最初に構成された時間作用素は Aharonov と Bohm による。彼らは一次元の時間の作用素を構成し、アハラノフ-ボームの時間作用素 Aharonov-Bohm Time operator と呼ばれ次の形に書かれる。 $T = \frac{1}{2m}(QP^{-1} + P^{-1}Q)$

$Q$  は位置作用素 position operator,  $P$  は運動量作用素 momentum operator である。

この作用素は自由粒子ハミルトニアン  $H = \frac{P^2}{2m}$  と正準交換関係 (Canonical Commutation Relations (CCR)) にある。つまり  $[T, H] = i$  ( $\hbar = 1$ ) をみたく。[Aharonov and Bohm 1961]。“ $T$ ”の(一般に)対称作用素としての意味は、表現論の問題からみた場合、今日、解決がなされている [Arai-Hiroshima 2017]。

時間の作用素の問題として次に重要なのは古典物理学的な意味での時間パラメータとの関係である。時間作用素は対称作用素であることが一般的であるため、作用素論的にはそのスペクトルは複素数になることが知られている。本論ではここから一歩踏み込んで、先のインストルメントの視点から考えてい。インストルメント自体に  $e^{-iHt}$  によるユニタリ時間発展が使用される。しかしこれは、生成後の一つの時間構造上の運動を記述している (「参照基

準系」)とみることができる。その時間をどうやって、生成される領域へ引き戻しうるかが問題となる。

一つの見方として、C. Rovelli、の Partial Observables の思想を土台に、「Dilation の定理」を使った正值作用素測度の考え方がある。作用素 (環) 論としては、荷重 Weight 理論を使う方法が考えられる [Burunett etc 2010]。つまりヒルベルト空間のサイズを考え、大きいヒルベルト空間で成立しているスペクトルの特徴 (例えば掛け算作用素による実数スペクトル) が小さいサイズのヒルベルト空間で失われる (スペクトルが複素数になる) といった見方をとる。そこにはインストルメントで使用される POVM<sup>(8)</sup> が用いられる。

ただここにも大きな問題がある。ほかの作用素やパラメータと異なり、時間作用素の発展を時間パラメータで (例えば  $\alpha_t$  のような半群表記) で記述することは、論理的循環である。POVM でも時間シフトとしてのパラメータが使われており、時間の生成までを記述できない。これはインストルメントと同じ問題である。ただ、Weight は正線形汎関数を使う GNS より一般的なため、非可換確率的時間への道が開ける可能性がある。また III 型フォンノイマン環のスペクトルと関係が見出せるかもしれない。熱から時間への変容、あるいは、時間を介さない物理変数からの時間の基礎づけが必要である。そう考えれば、時間はカントが論じたような、それ以上さかのほれないア・プリオリな直観形式であるというテーゼに疑義をとなえることも可能となるだろう。

本論が目指す目的からいえば、少なくともパラメータ  $t$  としての時間は時間の基層ではないと考えられる。拙書においても論じた点だが、

- 1) 歴史的に見て、このパラメータは、空間運動の便宜としてガリレオの時代の少し前に (N. オレームの頃) 発明・発見された。
- 2) 時間の (非可換) 問題は、重力問題を考えるとき無視できない。
- 3) 数学は時間概念と連動していない。

そこで今後の展開を踏まえ最後に時間の新しい解釈を導入したい。

## 7 おわりに－今後の展望

新しい見地とは、富田・竹崎理論におけるモジュラー作用素  $\Delta$  に関する  $e^{-\beta H}$  と  $\Delta''$  の深い意味である。あるいは  $\beta = -1$  において  $\Delta'' = e^{iH\Delta} \rightarrow e^{iH}$  がもつ意味（1 パラメータ自己同型群がモジュラー自己同型群に限られる）である。

指導理念となるのが、本論でたびたび論じた「対称性の破れ」と「時間の生成」である。具体的には CPT とモジュラー共役作用素との関係が挙げられる。ここにはモジュラー・ハミルトニアン  $\ln \Delta$  とのつながり（ローレンツ 1 次変換行列 S）の考察が必要になる。あるいはエンタングルメントの分解（クラスター分解）を先に考えてみると、対象となる系の次元（dimension）を上げることが時間の基層に迫ることにつながる可能性も否定できない<sup>(9)</sup>

時間の生成と時間の連続性、あるいは時間と因果の関係を哲学として考察する際には、先に対称性の破れがあり、対称性は後から出てきたとする世界観を考えることも重要になるだろう<sup>(10)</sup>。

時間の表示の問題とは時間の生成の諸相と連関しているが、AQFT は有力な武器になり得る。

時間の数学はいかにして可能か。時間は、どこにあるのか（どこで時間になるのか）。数学は対象そのものの実相を記述する存在に基づいている（はず）。物理学は、歴史的にみれば必ずしも数学を必要としなかった。実際、数学が自然科学の部類に入れられたのは、18 世紀末の啓蒙の世紀のグランベールの百科全書派による新しい学問分類による。そもそも数学は、ピタゴラス、プラトンにさかのほれば、世界の実相（アルケー）を既述する学問そのものだったのである。

自然科学の記述に対して一種の階層的・垂直的構造をもとめるのは難しい。こうした役割は今日、哲学が担わなければならないだろう。数学が捉えている存在を感覚的領域と相互連関させて物理学の認識論的なまなざしと調和させることが求められている。

## 謝辞

本論は、2019 年 3 月に北海道大学で行われた新井朝雄先生の退職記念研究集会の発表原稿がもとになっています。また本論の内容に関しては、現在「ドレスト光子研究起点」顧問の小嶋泉先生との対話、また、これまで本学でお世話になった伊藤邦武先生との議論がその底流にあることをここに申し添えておきます。先生方に深く感謝いたします。

## 註

- (1) 詳細は、[藤本 2017] の参考文献などを適宜参照されたい。
- (2) 「量子相関」、「量子もつれ」といわれることもある。
- (3) もう少しいえば、相関関係と因果関係は異なるが、多くの場合、これらが混同されている。この点に気がつけばパラドクスではないのである。
- (4) 他の諸条件は省略した詳細は、原論文 [Fredenhagen 1985] を参照されたい。
- (5) 定義域等詳細はこのテキストを参照。ワイル作用素等  $\{W(f)|f \in \oplus^N L^2(R^d)\}$  とそれによって生成される代数 Algebra は前提している
- (6) [荒木 2001] 参照。ゲルファント–ナイマルクーシーガル表現のこと。
- (7) [竹崎 1983] など参照。久保–マルチン–シュヴィンガー状態のこと。
- (8) POVM の例として以下を挙げておく。

任意の  $t \in [0, 2\pi]$  に対して、POVM  $F(S)$  を以下のように定義する：

$$F(S) = \sum_{n,m \geq 0} \frac{1}{2\pi} \int e^{i(n-m)t} dt |n\rangle \langle m|$$

(mod  $2\pi$ )

$$T = \int_0^{2\pi} t \lambda dF(\lambda) = \sum_{m \neq n \geq 0} \frac{1}{i(n-m)} |n\rangle \langle m| + \pi I$$

これは一般化されたスペクトル測度とみる立場である。

- (9) 超対称性を入れた超弦理論などは作業仮説としては有意義だろう。
- (10) (P. キュリーいわく「非対称性が対称性から生じることにはあり得ない」と述べている [マクマナス 2016]。対称性：静止（調和）に対して非対称性：運動（カオス）という構図である。

## 文献

- [1] 新井朝雄『量子統計力学の数理』, 共立出版, 208 年
- [2] 荒木不二洋『量子場の数理』, 岩波書店, 2001 年
- [3] 内井惣七『科学哲学入門 科学の方法・科学の目的』, 世界思想社, 1995 年
- [4] 小澤正直『情報と量子』, 青土社, 2018 年.
- [5] 小嶋泉『量子場とミクロ・マクロ双対性』, 丸善出版, 2012 年.
- [6] 小林道夫『科学哲学』, 産業図書, 1996 年.
- [7] 高林武彦『量子力学－観測と解釈問題－』(保江邦夫・編), 海鳴社, 2001 年.
- [8] 竹崎正道『作用素環の構造』, 岩波書店, 1983 年.
- [9] 藤本忠『時間の思想史－双対性としてのフィジカ・メタフィジカ』 晃洋書房, 2017 年.
- [10] 藤本忠「数理科学とカント哲学の可能性」(『思想：特集 カントという衝撃』, 岩波書店, 11 月号, 2018 年).
- [11] 松枝宏明『量子系のエンタングルメントと幾何学 ホログラフィー原理に基づく異分野横断の数理』, 森北出版, 2016 年.
- [12] クリス・マクマナス (大貫昌子・訳)『非対称性の起源』, 講談社ブルーバックス, 2006 年.
- [13] M. Jammer, *The conceptual development of Quantum Mechanics*, McGraw-Hill, (1966), ヤンマー『量子力学史 1, 2』, 東京図書, 1974 年.
- [14] W. Heisenberg, *Der Teil und das Ganze -Gesprache im Umkreis der Atomphysik-*, München, 1969. W. ハイゼンベルク『部分と全体－私の生涯の偉大な出会いと対話－』(湯川秀樹・序 / 山崎和夫・訳), みすず書房, 1974 年.
- [15] A. Asao and F. Hiroshima, Ultra-Weak Time Operator of Schrödinger Operators, *An-nal. Hentri Poincare* 18, 2995-3033, 2017.
- [16] Y. Aharonov and D. Bohm; Time in the Quantum Theory and the Uncertainty Relation for Time and Energy, *Phys. Review* **122**, 1649, 1961.
- [17] C. Bär, K. Fredenhagen (Eds), *Quantum Field Theory on Curved Sapcetime*, springer, 2009.
- [18] P. Busch, The Time-Energy Uncertainty Relation, *Time in Quantum Mechanics- Vol.1*, second Edition, Springer, 2008.

- [19] R. Brunetti, K. Fredenhagen, M. Hoge, Time in quantum physics: From an external parameter to an intrinsic observable, *Found. Phys.*, 40, 1368-1378, 2010.
- [20] K. Fredenhagen, A remark on the Cluster Theorem, *Commun. Math Phys* 97, 461-463, 1985.
- [21] M. Ozawa, Perfect Correlations between Noncommuting Observable, *Phys. Lett. A* 335, 11-19, 2005.
- [22] A. C. de la Torre, etc, Entanglement for all quantum states, *Eur. J. Physic.* 31, 325-332, 2010.
- [23] C. Rovelli, Partial Observables, *Phys. Review D*, 65: 124013, 2012.