〈共同研究〉
「災害時情報伝達機能を重視した電子政府推進のためのアセスメントと政策評価モデル」

ヤードスティック競争，垂直的外部性と地方公共財の最適供給

西垣泰幸*・東　裕三**・西本秀樹***

［概要］
地方公共財の最適供給の達成を阻害する諸問題の一つとして，垂直的外部性がある。これは，課税ベースが中央政府と地方政府で重複している場合に，地方政府が税率を変更した際に，中央政府の税収へ与える影響を地方政府が考慮しないため，この無視された外部性の分だけ，地方公共財が過大に供給されるというものである。一方で，地方政府による公共財供給行動を効率的な方向へ導く理論の一つとしてヤードスティック競争がある。ヤードスティック競争下では，住民が自地域と他地域の政策を比較し，他地域よりも自地域政府の政策が劣っていると判断したとき，投票において自地域の政府を再選させない。このような住民の投票行動を地方政府は知っているので，他地域よりも良い政策を行おうとする。本稿では，垂直的外部性のモデルにヤードスティック競争を導入し，ヤードスティック競争が垂直的外部性を内部化させることができるのか否かを考察する。

JEL classification : D72, H71, H72
Keywords : ヤードスティック競争，垂直的外部性

1．はじめに

地方公共財の最適供給の達成を阻害する諸問題の一つとして，ある政府の税率変更が他の政府の税率や公共財供給量の決定にどのような影響を与えるのかという問題がある。階層が異なった政府間が課税等で影響を与え合うことは垂直的外部性と呼ばれている。具体的には，課税ベースが中央政府と地方政府で重複している場合に，地方政府が税率を変更した際に，中央政府の税収へ与える影響を地方政府が考慮しないため，この無視された外部性の分だけ，地方公共財が過大に供給されるというものである[1)]。

地方政府による公共財供給行動を効率的に導く理論の一つとしてヤードスティック競争がある。ヤードスティック競争とは次のようなものである。自地域住民が，他地域の課税や公共財供給量などの情報を完全に知っており，自地域と他地域の政策を比較し，他地域よりも自地域政府の政策が劣っているならば，投票において自地域の政府を再選させない。このような住民の投票行動を各地方政府は知っているので，他地域よりも良い政策を行おうとする。このように，ヤードスティック競争においては，住民

＊龍谷大学経済学部　教授
＊＊釧路公立大学経済学部　講師
＊＊＊龍谷大学経済学部　教授

の投票行動が地方政府の行動を効率的なものへと矯正する原動力となっている。しかしながら，ヤードスティック競争における均衡では，地方政府が自身で得る期待効用を考慮するため，公共財の限界費用が過大に評価され，この過大な限界費用の分だけ地方公共財の供給水準は過少となる。

このように，地方政府による地方公共財供給水準は，垂直的外部性の効果を受けると過大となり，ヤードスティック競争の下では過少供給となる。したがって，ヤードスティック競争が生じている下で，垂直的外部性を考えることで，２つの効果が合わせられ，地方公共財供給の最適性が達成されるかもしれない。本稿では，地方政府間がヤードスティック競争下で行動している場合，垂直的外部性が内部化されるのか否かを分析する。

政府の階層が中央政府と地方政府であるとし，戦略的に行動する政府が仮定され，各政府における公共財供給が効率的なのか否かを分析した研究は，Boadway and Keen（1996），Keen and Kotsogiannis（2002，2003，2004）がある。Boadway and Keen（1996）は，中央政府がシュタッケルベルグ・リーダー，地方政府はシュタッケルベルグ・フォロワーである２段階のゲームを考え，各政府はともに弾力的な労働に対して重複し課税を行っている。また，Keen and Kotsogiannis（2002, 2003, 2004）は，主に中央政府と地方政府が，同時手番で税率を選択するモデルであり，両政府は地域間を移動可能な資本財に対して重複課税を行っている。これらの先行研究においては，中央政府と地方政府がともに，供給が弾力的である生産要素に対して重複課税するときに発生する垂直的外部性が中心に議論されている。つまり，中央政府や地方政府が税率を変化させたとき，供給が弾力的である課税ベースは縮小したり，または拡大したりするため，他の政府の税収にも影響を与えることになる。本稿では，ヤードスティック競争が垂直的外部性を矯正することができるのか否かということと，最適な中央政府による補助金政策を考察するため，２段階のゲームで構成されている Boadway and Keen（1996）のモデルにヤードスティック競争を導入し，分析を進める。

本稿で得られた主な結論は次の通りである。第１に，ある条件の下でヤードスティック競争は垂直的外部性を内部化することができる。第２に，ヤードスティック競争が行われている場合，Boadway and Keen（1996）で正当化されている地方政府から中央政府への補助金は，ある条件の下で逆の結果が成り立つことが明らかになった。

本稿は以下のように構成されている。第２節ではモデルを設定し，第３節では中央政府と地方政府における公共財供給の最適条件，ヤードスティック競争下における両政府の公共財供給の条件を導出する。２つの条件式を比較し，ヤードスティック競争が垂直的外部性を内部化させることが可能なのか否か，また，中央政府の最適な補助金政策がどのようなものなのかを考察する。第４節では結論を述べる。

２．モ デ ル

本節では，ヤードスティック競争が垂直的外部性を内部化させることが可能なのか否かを考察するため，Boadway and Keen（1996）のモデルに Nishigaki et al.（2015）や東・西垣（2014：第２章）において展開されたヤードスティック競争を導入する。モデルの設定は以下の通りである。

２地域からなる経済を考える。地域１と地域２は，土地面積，企業の生産技術が等しく，対称的な地域であると仮定する。各地域にはそれぞれの地域を管轄する地方政府１と地方政府２が存在する。地域 i ($i=1,2$) に居住する住民数は n_i であり，経済の総住民数は N ($\equiv n_1+n_2$) で一定であるとする。また，地域間住民移動はないと仮定する。経済の全住民は選好に関して同質的であり，代表的住民の効用関数は，次式のように表されるとする[2)]。

$$U_i=u(x_i,l_i)+b(g_i)+B(G)+\varepsilon_i,\ i=1,2 \tag{1}$$

ここで，x_i は私的財消費量，l_i は労働の量，g_i は地方政府 i ($i=1,2$) が選択する地方公共財供給水準，G は中央政府が決定する国家公共財の供給水準である。ε_i は攪乱項であり，地域 i の外生的なショックである[3)]。関数 $u(\cdot)$ は準凹関数であり，x_i に関しては増加関数，l_i に関しては減少関数である。関数 $b(\cdot)$ は凹関数であり，g_i に関して増加関数である。関数 $B(\cdot)$ も凹関数であり，G に関して増加関数である。(1)式より，住民の効用水準は，私的財の消費量や公共財の供給量だけではなく確率変数である地域ショックによって変化することがわかる。攪乱項 ε_i は，例えば地域独自の経済環境や，自然環境などのように考えられるものである。具体的には x_i，l_i，g_i，G が決定され，住民はある満足度を得られるが，日本経済が突如，好景気になったりすれば，住民の効用水準は上昇するだろう。また，地域の自然環境によって台風や豪雪などが起これば，中央政府や地方政府が決定したある公共財の供給量 G と g_i の下で得られる住民の満足度は減少するだろう。(1)式は，このような状況を表している。

住民は U_i を観察することはできるが，g_i，G や ε_i の値を観察することができない。また，地方政府は，g_i を決定する段階では，ε_i がどのような値であるのか観察することはできない。このような仮定の下では，住民は，自身の効用水準 U_i が低いからといって，一方的に，中央政府や地方政府の公共財供給量 g_i，G の責任にすることはできない。住民は，U_i だけの効用水準を得ることができるが，政府による g_i や G の貢献であるのか，政府が供給する公共財以外の外生的なショック ε_i の貢献であるのか観察することができないからである。これは，住民は，中央政府や地方政府が実際にどのように公共財の供給を行っているのか知ることができないということであり，住民と中央政府や地方政府の間にある情報の非対称性の状況を表している。

住民は，地域の企業に l_i 単位の労働を供給し，賃金 w_i を得るとする。住民が得る所得は労働賃金のみである。中央政府と地方政府 i は，それぞれ住民の労働量に比例的に課税する。中央政府の税率は T であり，地方政府 i の税率は t_i である。労働賃金から中央政府と地方政府による労働への比例税を差し引かれた税引き後所得によって，住民は私的財を購入する。したがって，住民の予算制約は次式のように表される。

$$x_i=(w_i-\tau_i)l_i,\ i=1,2 \tag{2}$$

ここで，$\tau_i\equiv t_i+T$ とおいている。(1)式の効用関数を目的関数として，(2)式を制約とした住民の最適化問題を解くと，次の 1 階の条件式を得る。

$$(w_i-\tau_i)u_x^i+u_l^i=0,\ i=1,2 \tag{3}$$

(3)式と(2)式より，私的財の需要関数と労働供給関数は次式のように得られる。

$$x_i=x_i(w_i-\tau_i),\ i=1,2 \tag{4}$$
$$l_i=l_i(w_i-\tau_i),\ i=1,2 \tag{5}$$

ここで，$l'_i(w_i-\tau_i)>0$ である。(4)式と(5)式を(1)式に代入すると，住民の間接効用関数が次式のように得られる。

$$V_i=v(w_i-\tau_i)+b(g_i)+B(G)+\varepsilon_i,\ i=1,2 \tag{6}$$

ここで，$v(w_i-\tau_i)\equiv u(x_i(w_i-\tau_i),l_i(w_i-\tau_i))$ と置いている。(6)式を賃金 w_i で偏微分すると包絡線定理より，

$$v'_i = u^i_x l_i,\ i=1,2 \tag{7}$$

を得る[4)]。

企業は土地と労働を用いて生産物 y_i を生産している。企業の生産関数は $y_i=f(n_i l_i)$ である。土地の投入量は外生的に与えられているとするので，生産関数には明示的に示さない。生産関数は労働量に関して増加関数であり，強い意味での凹関数である。さらに，$f(0)=0$ である。企業が生産した生産物 $f(n_i l_i)$ は，私的財 x_i，地方公共財 g_i，国家公共財 G のいずれにも 1 単位対 1 単位で変換可能であると仮定する。生産物市場は競争的であり，企業は一定の生産水準（$y_i^0=f(n_i l_i)$）を制約として，利潤（$\pi_i=f(n_i l_i)-w_i n_i l_i$）を最大にするように，$w_i$ と l_i を決定する。このような企業の問題を解くと，次の利潤最大化条件を得る。

$$w_i = f'[n_i l_i(w_i-\tau_i)] \tag{8}$$

(8)式と生産制約式（$y_i^0=f(n_i l_i)$）より，次の賃金関数と労働需要関数を得る。

$$w_i = w_i(\tau_i, n_i) \tag{9}$$
$$l_i = l_i(\tau_i, n_i) \tag{10}$$

また，(8)式を全微分することにより τ_i と n_i が w_i に与える影響を次のように導出することができる。

$$w^i_\tau = \frac{-f'' n_i l'_i}{1-f'' n_i l'_i} \in (0,1) \tag{11}$$

$$w^i_n = -\frac{w^i_\tau l_i}{n_i l'_i} < 0 \tag{12}$$

すべての土地は公的所有であるとする。したがって，企業は地代を中央政府と地方政府へ支払う。これは，土地に 100% 課税し，公共支出額を賄うことが効率的であるとするヘンリージョージの定理に則したものである。企業は地代税を $\theta \in [0,1]$ の割合だけ中央政府に，$(1-\theta)$ の割合を地方政府に収める。生産関数 $f(\cdot)$ は一次同次関数であるので，地代 r_i は次式のように表される。

$$r_i(\tau_i, n_i) = f[n_i l_i(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i)] - n_i l_i(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i) f'[n_i l_i(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i)] \tag{13}$$

(13)式を τ_i と n_i に関して偏微分し，適宜(11)式と(12)式を代入すれば，τ_i と n_i が地代 r_i に与える影響が次式のように導出される。

$$r^i_\tau = (1-w^i_\tau) f'' n_i^2 l'_i l_i = \frac{n_i^2 l_i f'' l'_i}{1-f'' n_i l'_i} < 0 \tag{14}$$

$$r^i_n = -\frac{r^i_\tau l_i}{n_i l'_i} > 0 \tag{15}$$

地方政府 i は地域 i の居住民のみが便益を享受することが可能な地方公共財 g_i を供給する。一方で，中央政府は地域 1 と地域 2 における経済の全住民が等量消費できる国家公共財 G を供給する。g_i は労働量に対する比例税，中央政府からの補助金 S と地代によって賄われる。また，中央政府は労働に対する比例税と地代によって国家公共財と地方政府への補助金を賄うとする。したがって，地方政府 i と中央

政府の予算制約式は，

$$g_i=n_it_il_i[w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i]+S+(1-\theta)r_i(\tau_i,n_i),\ i=1,2 \tag{16}$$

$$G=T\sum_{i=1}^{2}n_il_i[w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i]-2S+\theta\sum_{i=1}^{2}r_i(\tau_i,n_i) \tag{17}$$

となる。後の議論では対称的な2地域を想定したシンメトリック均衡に焦点を当てる。そのため，シンメトリック均衡を仮定したもとでの地方政府と中央政府の予算制約を次のように挙げておく。

$$g=ntl[w(\tau,n)-\tau]+S+(1-\theta)r(\tau,n) \tag{18}$$

$$G=T\cdot 2nl[w(\tau,n)-\tau]-2S+2\theta r(\tau,n) \tag{19}$$

後の議論に用いる(18)式に関する偏導関数は次式のようになっている。

$$g_t=nl+ntl'(w_\tau-1)+(1-\theta)r_\tau \tag{20}$$

$$g_T=ntl'(w_\tau-1)+(1-\theta)r_\tau=g_t-nl \tag{21}$$

$$g_S=1 \tag{22}$$

また，(19)式に関する後に必要な偏導関数は，下記のとおりである。

$$G_T=2nl+T2nl'(w_\tau-1)+2\theta r_\tau \tag{23}$$

$$G_t=T\cdot 2nl'(w_\tau-1)+2\theta r_\tau=G_T-2nl \tag{24}$$

$$G_S=-2 \tag{25}$$

3．地方公共財の最適供給条件とヤードスティック競争下における均衡条件

3.1　地方公共財の最適供給条件

ここでは，第2節で設定されたモデルにおいて地方公共財が最適に供給されるための条件を導出する。そして，ヤードスティック競争均衡において導出された地方公共財供給条件と比較し，ヤードスティック競争モデルで達成される地方公共財の供給水準が最適であるのか否かを考察する。そのために，中央集権国家が決定する社会的最適な地方公共財の供給条件を以下で求める。ここで，中央集権国家とは，国と地方政府が統合された体制であり，中央集権国家の予算制約は中央政府と地方政府の予算制約式を統合したものとなる。そして，この国家の目的関数である社会厚生関数Wは，地域1と地域2に居住する住民の総効用水準である。

中央集権国家は，地方政府1と地方政府2の統合された予算制約を制約条件とし，社会厚生関数Wを最大化するように$\tau_i\ (i=1,2)$，$g_i\ (i=1,2)$，Gを決定する。このような中央集権国家の最適化問題は以下のように定式化される[5)]。

$$\max_{\{\tau_1,\tau_2,g_1,g_2,G\}} \quad W\equiv\sum_{i=1}^{2}n_i[v(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i)+b(g_i)+B(G)+\varepsilon_i]$$

$$s.t. \quad \sum_{i=1}^{2}g_i+G=\sum_{i=1}^{2}n_i\tau_il_i[w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i]+\sum_{i=1}^{2}r_i(\tau_i,n_i)$$

上記の問題は通常のラグランジュ未定乗数法によって解くことができる。ラグランジュ関数Lは次のよ

うに定義することができる。

$$L \equiv \sum_{i=1}^{2} n_i[v(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i)+b(g_i)+B(G)+\varepsilon_i] \\ +\lambda\left\{\sum_{i=1}^{2} g_i+G-\sum_{i=1}^{2} n_i\tau_i l_i[w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i]-\sum_{i=1}^{2} r_i(\tau_i,n_i)\right\}$$

ここで，λ はラグランジュ未定乗数である。ラグランジュ関数を τ_i $(i=1,2)$，g_i，G，λ で最適化することによって得られた 1 階の条件式群を整理すると以下のような地方公共財と国家公共財の供給に関する最適条件が導出される。

$$n_i\frac{b'(g_i)}{u_x^i(x_i,l_i)}=N\frac{B'(G)}{u_x^i(x_i,l_i)}=\frac{1}{1-\dfrac{\tau_i l'_i}{l_i}},\ i=1,2 \tag{26}$$

(26)式の $b'(g_i)$ は g_i が追加的に 1 単位増加したときに伴う効用の増加分であり，$B'(G)$ は G が追加的に 1 単位増加したときに伴う効用の増加分である。また，$u_x^i(x_i,l_i)$ は，x_i が追加的に 1 単位増加したときに伴う，効用の増加分を表している。したがって，(26)式左辺の項は，地域住民の私的財の限界効用で測った地方公共財の限界効用を地域住民数の n_i 人分だけ足し合わせたものとなっている。また，(26)式の中間の項は，私的財の限界効用で測った国家公共財の限界効用を経済の全住民数 N $(\equiv n_1+n_2)$ 人分だけ足し合わせたものとなっている。(26)式の右辺は，地方公共財と国家公共財の限界費用であり，課税の限界費用（marginal cost of public funds，以下では MCPF と表記する）と呼ばれているものである。一括固定税の場合，最適条件は公共財供給の限界費用である 1 に等しくなることを要請するが，いま，労働に対する課税を考えているので，公共財供給の限界費用は 1 とはならない。$\tau_i l'_i/l_i>0$ であるので，$[1-(\tau_i l'_i/l_i)]<1$ となるため，$\{1/[1-(\tau_i l'_i/l_i)]\}>1$ となる。これは，労働課税の場合，一括固定税よりも公共財が非効率的に過少に供給されることを示している。また，土地に対する課税のみで公共財供給が可能である場合に，労働課税 $\tau_i=0$ が設定されれば(26)式左辺の MCPF は 1 となり，ファーストベストが達成される。

3.2　ヤードスティック競争下における公共財の供給条件

次に，ヤードスティック競争下で達成される地方公共財の供給条件を導出する。中央政府がシュタッケルベルグ・リーダーであり，地方政府がシュタッケルベルグ・フォロアーであると仮定する。ゲームのタイミングは次のように仮定する。第 1 段階目に中央政府は自身が決定する G，T，S が，地方政府が決定する g_i と t_i へ与える影響を予測しながら，社会厚生関数 W が最大になるように G，T，S を決定する。第 2 段階では，地方政府は中央政府が決定する G，T，S を所与として，自身の期待効用を最大にするように g_i と t_i を決定する。

住民の効用水準は，次のような手順で決定されると仮定する。最初に，中央政府が G，T，S を決定する。次に，地方政府が g_i $(i=1,2)$ と t_i $(i=1,2)$ を同時に選択する。いま，t_i $(i=1,2)$ と Tが決定されているので，τ_i $(i=1,2)$ も決定されている。一方で，人口 n_i $(i=1,2)$ は外生的に与えられている。τ_i $(i=1,2)$ と n_i $(i=1,2)$ が決まることから賃金 w_i $(i=1,2)$ が決まり，労働供給 $l_i=l_i(w_i-\tau_i)$ $(i=1,2)$ が決まる。このようにして，住民の私的財消費量 x_i $(i=1,2)$ が決まる。次に，攪乱項 ε_1，ε_2 が独立に平均ゼロの密度関数 $D(\varepsilon)$ に従い決定され，住民の効用水準が決まる[6]。

住民は他地域住民が享受する効用水準を知っており，それと自地域で得られた効用水準を比較し，自地域の地方政府を選挙によって再選させるか否かを決定する。すなわち，住民は，自身の効用水準が少

なくとも他地域の住民の効用水準を越えれば，当該地域の地方政府を再選させ，そうでないならば落選させる。したがって，地方政府 i が再選されるための条件は，

$$v(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i)+b(g_i)+B(G)+\varepsilon_i \geq v(w_j(\tau_j,n_j)-\tau_j)+b(g_j)+B(G)+\varepsilon_j,\ i,j=1,2,\ i\neq j \tag{27}$$

となる。(27)式をみると，地方政府 i が再選するか否かは地方政府 j の公共財供給量 g_j にも依存することが分かる。つまり，g_j が増加すると再選するために g_i も増加させなければならない。このような再選条件が，地方政府間のヤードスティック競争を生み出している。

選挙の結果，地方政府が再選したとき，再選レント R を得ることができるとする。$\eta(g_i)$ は，地方公共財を g_i だけ供給したとき地方政府が得られる効用水準であり，$\eta'(g_i)<0$，$\eta''(g_i)<0$ を満たすとする。これは，地方政府 i が追加的に 1 単位だけ地方公共財の供給量を増加させたとき，地方政府自身の効用水準が $\eta'(g_i)$ だけ減少することを示しており，地方政府 i が地方公共財 g_i を供給するためには費用が発生することを仮定している[7]。したがって，地方政府が再選されたときに得る期待利得は，効用 $\eta(g_i)$ に再選したときに受取る再選レント R に再選確率を乗じた値を加えたものであり，

$$E_i \equiv \eta(g_i)+R\cdot pr(v(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i)+b(g_i)+B(G)+\varepsilon_i \geq v(w_j(\tau_j,n_j)-\tau_j)+b(g_j)+B(G)+\varepsilon_j),\ i,j=1,2,\ i\neq j$$

のように定義することができる。ここで，$pr(\cdot)$ は，地方政府が再選する確率を示している。地方政府は自身の期待利得を最大化するように税率 t_i と地方公共財 g_i を決定するので，以上のようなヤードスティック競争下での地方政府の最適化問題は，次のように定式化することができる。

$$\begin{aligned} &\max_{\{g_i,t_i\}} && E_i \\ &s.t. && (16) \end{aligned}$$

分布関数の定義より，

$$\begin{aligned} &pr(v(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i)+b(g_i)+B(G)+\varepsilon_i \geq v(w_j(\tau_i,n_i)-\tau_j)+b(g_j)+B(G)+\varepsilon_j) \\ &\qquad =\int_{-\infty}^{v(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i)+b(g_i)-v(w_j(\tau_i,n_i)-\tau_j)-b(g_j)} f(t)dt,\ i,j=1,2,\ i\neq j \end{aligned} \tag{28}$$

である[8]。(16)，(28)式を地方政府の最適化問題の目的関数に代入し，t_i に関する地方政府 i の 1 階の条件を求めると，次式が得られる。

$$\eta'(g_i)g_t^i+R(v'(w_\tau^i-1)+b'(g_i)g_t^i)f(v(w_i(\tau_i,n_i)-\tau_i)+b(g_i)-v(w_j(\tau_i,n_i)-\tau_j)-b(g_j))=0 \tag{29}$$

ここで，$g_t^i \equiv \partial g_i/\partial t_i$ と置いている。以下ではシンメトリック均衡を仮定する。その下では，地域の添え字は省略され，(29)式は次のように変更される。

$$\eta'(g)g_t+R(v'(w_\tau-1)+b'(g)g_t)f(0)=0 \tag{30}$$

(30)式を次のように変形させる。

$$R\cdot v'(w_\tau-1)\cdot f(0)+R\cdot b'(g)g_t\cdot f(0)=-\eta'(g)g_t \tag{31}$$

(31)式の直観的解釈は次の通りである。(31)式左辺第1項目は，地方税率 t が上昇したときの地域住民の効用水準の低下によって地方政府が再選レントを獲得できる確率の低下分を示している。(31)式左辺第2項目は，t の上昇によって g の供給量に変化をもたらし，住民の効用へ影響を与え，再選レントが得られる確率が変化する効果を示している。最後に，(31)式右辺は，t が上昇したときに g の供給量が変化し，地方政府の効用を変化させる効果である。(31)式の左辺第2項目と右辺の効果は g_t の符号が確定しないため，正の効果か，負の効果かは判断できない。

(31)式に(7)式を代入し，整理することで次式を得る。

$$n\frac{b'(g_i)}{u_x(x,l)}=-\frac{n}{u_x(x,l)}\frac{\eta'(g_i)}{R\cdot f(0)}+\frac{1}{1-\dfrac{tl'}{l}-\theta f''nl'} \tag{32}$$

(32)式において $\eta'(g_i)<0$，$R\cdot f(0)>0$ であるので，右辺第1項目の符号は正となるため，(32)式右辺第1項目はヤードスティック競争下における地方公共財供給を過少供給に導く効果を示したものである。(32)式右辺第2項目の分母は，(24)式と(14)式を用いることで次式のように変形することができる[9]。

$$1-\frac{tl'}{l}-\theta f''nl'=1-\frac{\tau l'}{l}+\frac{Tl'}{l}-\theta f''nl'=1-\frac{\tau l'}{l}+\frac{G_t}{(w_\tau-1)2nl}$$

上式において，$G_t<0$，$(w_\tau-1)<0$ であるので，$[G_t/(w_\tau-1)knl]>0$ となる。したがって，地方政府は，セカンド・ベストである(26)式の MCPF よりも小さな MCPF を設定し課税を決定することが分かる。すなわち，(32)式右辺第2項目は，垂直的外部性による地方公共財供給の過大性を示す項である。(32)式より，次の命題を得る。

命題1　ヤードスティック競争下における地方公共財供給水準は，ヤードスティック競争下における地方公共財を過少に導く効果と垂直的外部性による過大に導く効果の大きさに依存している。

(32)式右辺の第1項目と第2項目の和が(26)式右辺の MCPF に等しくなるときには，地方公共財の供給水準は，セカンド・ベストの水準を達成する。(32)式において，ヤードスティック競争の過少性が垂直的外部性を内部化する条件を求めると，次式のようになる。

$$-\frac{n}{u_x(x,l)}\frac{\eta'(g_i)}{R\cdot f(0)}+\frac{1}{1-\dfrac{tl'}{l}-\theta f''nl'}=\frac{1}{1-\dfrac{\tau l'}{l}-\theta f''nl'} \tag{33}$$

(33)式を満たすような(32)式の左辺第1項目を解くと，次式が得られる。

$$-\frac{n}{u_x(x,l)}\frac{\eta'(g_i)}{R\cdot f(0)}=\frac{\dfrac{Tl'}{l}-\theta f''nl'}{\left(1-\dfrac{tl'}{l}-\theta f''nl'\right)\left(1-\dfrac{\tau l'}{l}\right)} \tag{34}$$

(34)式の結果は次の命題としてまとめることができる。

命題２　(34)式が成立するとき，ヤードスティック競争下で引き起こされる地方公共財供給の過少性は，垂直的外部性の過大性を内部化し，地方公共財の供給水準は最適な水準を達成する。

(34)式を達成するためには，どのようにして(34)式左辺を変化させればよいのだろうか。(32)式右辺第１項目を見ると，再選レントRまたは誤差項に関する確率密度関数$f(\cdot)$が十分に大きくなれば右辺第１項目の値を小さくすることが可能であることが分かる。

再選レントの上昇は，地方政府が再選された場合の報酬を表しており，再選した際の報酬が大きければ大きいほど，大きな再選レントを得たいがために，地方政府の再選へのインセンティブはより大きくなる。そのために，自身の効用が低下しても，g_iを増大させる。その結果，g_iは住民が望んでいる水準に近づく。このようにg_iが増加することにより，過少供給が緩和される。

また，$f(\cdot)$は誤差項に関する確率密度関数である。この値を大きくするための手段は，標準偏差σを小さくすることである[10]。標準偏差σを小さくしたとき，誤差項ε_iは小さな範囲で変化することになる。すなわち，住民の効用水準に与える外生的ショックが小さくなるため，地方政府がg_iを供給した際の，住民の効用水準が上昇するか否かの不確実性が解消される。このとき，g_iを供給すれば再選する確率も増加するため，地方政府は公共財供給量を増加させるだろう。標準偏差σは，ここでは地域間の格差と解釈することができる。したがって，地域間格差を小さくすることで，地方公共財供給量の過少性を緩和させることが可能となる。

以上で述べたことで重要なことは，再選レントRや地域間格差（標準偏差σ）を操作することで，(32)式右辺第１項目の値が大きくなったり小さくなったり変化することである。(34)式を満たすような再選レントや地域間格差を設定することが重要な政策になると考えられる。

次に，後の議論に必要な国税率Tが地方税率tに与える影響を導出する。地方政府の１階の条件である(30)式より，地方政府が決定する課税tは中央政府のTとS，地代収入のシェアθ，地域人口n，再選レントRに依存していることが分かる。地方政府の地方税率関数は次式のように表される。

$$t=t(T,S;\theta,n,R) \tag{35}$$

ここで，(35)式より，中央政府の政策変数TとSが地方税tに与える影響を以下のように導出することができる。

$$t_T=-1+\frac{(w_\tau-1)\left\{-nl[\eta(g)+Rf(0)b''(g)]\dfrac{Rf(0)v'}{-[\eta'(g)+Rf(0)b'(g)]}-nl'[\eta'(g)+b'(g)]\right\}}{\eta''(g)(g_t)^2+\eta'(g)g_{tt}+Rf(0)[v'(w_\tau-1)^2+v''w_{\tau\tau}+b''(g)(g_t)^2+b'(g)g_{tt}]} \tag{36}$$

$$t_S=-\frac{\eta''(g)g_t+Rf(0)b''(g)}{\eta''(g)(g_t)^2+\eta'(g)g_{tt}+Rf(0)[v''(w_\tau-1)^2+v'w_{\tau\tau}+b''(g)(g_t)^2+b'(g)g_{tt}]} \tag{37}$$

(36)式と(37)式の右辺の分母はともに最適化の２階の条件となっており，符号は負である。(36)式におけるt_Tおよび$(1+t_T)$の符号と(37)式のt_Sの符号は確定されない。Boadway and Keen (1996) ではt_Tの符号は確定されないが，$(1+t_T)$の符号はプラスで確定されており，また，t_Sについては$t_S\geq 0$となっている。本稿で$(1+t_T)$の符号が確定されない理由は，地方税率tの変化によって地方公共財供給gの変化を通じた地方政府の効用変化分である$\eta'(g)$と住民の効用$b'(g)$の符号が逆だからである。(37)式においても地方政府の１階の条件において$\eta'(g)$と$b'(g)$の符号が逆であるためにg_tの符号が確定されないため，t_Sの符号は確定されない。

次に，第１段階の中央政府による最適化問題を解く。中央政府が直面する問題は次のように定式化す

ることができる。

$$\begin{aligned}\max_{\{T,S,G\}} \quad & V \equiv v(w(\tau,n)-\tau)+b(g)+B(G)+\varepsilon \\ s.t. \quad & g = ntl[w(\tau,n)-\tau]+S+(1-\theta)r(\tau,n) \\ & G = T2nl[w(\tau,n)-\tau]-2S+2\theta r(\tau,n) \\ & t = t(T,S;\theta,n,R)\end{aligned}$$

全ての制約条件を目的関数に代入し，住民の効用水準Vを国税率Tで偏微分し，1階の条件式を求めると，

$$\frac{\partial V}{\partial T} = v'(w_\tau - 1)(t_T+1)+b'(g)(g_t t_T+g_T)+B'(G)(G_T+G_t t_T)=0 \tag{38}$$

を得る。(7)式，(11)式，(14)式，(20)式，(23)式を(38)式に代入し，整理すると次式を得る。

$$\frac{2nB'(G)}{u_x(x,l)} = \frac{nb'(g_i)}{u_x(x_i,l_i)}\left[\frac{1}{1+G_t(1+t_T)/2nl}\right] \tag{39}$$

(39)式より，中央政府のMCPFが地方政府のMCPFより大きな値をとるのか，小さな値を取るのかは(39)式右辺角括弧内の値に依存していることが分かる。(39)式右辺角括弧内の値がどのような値を取りうるのかを次に見よう。$T>0$のとき，$G_t<0$である。しかしながら，$(1+t_T)$の符号は正と負の場合がある。したがって，その両方のケースによって，(39)式右辺角括弧内の値は次のような値をとることになる。

$$(1+t_T)>0 \text{ のとき，} \left[\frac{1}{1+G_t(1+t_T)/2nl}\right]>1, \tag{40}$$

$$(1+t_T)<0 \text{ のとき，} \left[\frac{1}{1+G_t(1+t_T)/2nl}\right]<1 \tag{41}$$

(39)式右辺角括弧内の値は$(1+t_T)>0$のとき，1より大きくなり，$(1+t_T)<0$のとき，1より小さくなる。したがって，(39)式の下で，(40)式が満たされるときには，中央政府のMCPFは地方政府のMCPFよりも大きくなり，(41)式が満たされるときには，中央政府のMCPFは地方政府のMCPFよりも小さくなることが分かる。

中央政府の問題において，住民の効用関数Vを補助金Sに関して偏微分すると次式を得る。

$$\frac{\partial V}{\partial S} = v'(w_\tau - 1)t_S+b'(g)g_t t_S+B'(G)[G_t t_S+G_S] \tag{42}$$

(42)式に(7)式，(11)式，(14)式，(20)式，(23)式，(25)式を代入し整理すると，

$$\frac{\partial V}{\partial S}\frac{n}{u_x(x,l)} = \left(\frac{nb'(g)}{u_x(x,l)} - \frac{2nB'(G)}{u_x(x,l)}\right)+\frac{nB'(G)}{u_x(x,l)}G_t t_S \tag{43}$$

を得る。Boadway and Keen（1996）においても指摘されているように，(43)式の右辺第1項目は，$(1+t_T)>0$であるとき，(40)式を満たすので，MCPFの小さな地方政府からMCPFの大きな中央政府への補助金が望ましいことを示している。しかしながら，本稿では地方政府の効用関数が入っているた

め，$(1+t_T)<0$ のケースも存在する。$(1+t_T)<0$ である場合，(41)式を満たすため，MCPF の小さな中央政府から MCPF の大きな地方政府への補助金が望ましいことを示している。これは，次の命題としてまとめることができる。

命題 3　ヤードスティック競争下において，地方政府の公共財の限界効用と住民の限界効用の大きさに依存して，地方政府から中央政府への補助金が望ましい場合と，中央政府から地方政府への補助金が望ましい場合が存在する。

Boadway and Keen (1996) では地方政府から中央政府への補助金が望ましくなることが示されていた。一方で，命題 3 はヤードスティック競争が生じている場合，従来からの中央政府から地方政府への補助金が望ましい場合もあることを示したものである。しかしながら，この議論は(43)式右辺第 1 項目にのみに焦点を当てた議論であることに注意が必要である。すなわち，$\partial V/\partial S$ の符号は(43)式右辺第 2 項の符号にも依存しており，ここでは t_S の符号が確定されていないことから，(43)式全体で見ると $\partial V/\partial S$ の符号は確定されない。

次に，中央政府による最適な補助金を求める。そのため，(39)式を次にように変形させる。

$$\frac{2nB'(G)}{u_x(x,l)}-\frac{nb'(g)}{u_x(x,l)}\left[\frac{1}{1+G_t(1+t_T)/2nl}\right]=0 \tag{44}$$

また，中央政府の補助金 S に関する 1 階の条件式（$\partial V/\partial S=0$）と(7)式より次式を得る。

$$\frac{nb'(g)}{u_x}=\frac{2nB'(G)}{u_x}\left(1-\frac{1}{2}G_t t_S\right) \tag{45}$$

(45)式を(44)式に代入すると次式を得る。

$$G_t\left(\frac{1+t_t}{2nl}+\frac{1}{2}t_S\right)=0 \tag{46}$$

(46)式左辺の丸括弧内は一般的にゼロにはならないので，$G_t=0$ が得られる。$G_t=0$ を(24)式を用いて，国税率 T について解くと次式を得る。

$$T^*=\theta f''nl \tag{47}$$

ここで，$f''<0$ であるので(31)式の T^* はマイナスの値をとる。これは，中央政府は労働へ $\theta f''nl$ の額だけ補助金を支払うことが最適な戦略であることを示しているが，本稿ではヤードスティック競争の地方公共財供給過少の効果があるため，このような補助金政策を行っても，セカンド・ベストの条件(26)式を達成することはできない[11]。このようにヤードスティック競争が生じている場合，中央政府はセカンド・ベストを達成することはできない。したがって，セカンド・ベストを達成するためには，命題 2 のような状態にするべく，再選レントや地域間格差を適切に設定する政策が必要であることが分かる。

4．結　論

本稿では，垂直的外部性を考察した Boadway and Keen (1996) のモデルにヤードスティック競争を導入し，ヤードスティック競争が垂直的外部性を内部化させることが可能か否かを考察した。本稿で得

られた主な結論は次の通りである。第１にヤードスティック競争下においては地方公共財供給は過少になる効果があり，一方で，垂直的外部性においては過大に導かれる効果があるため，ヤードスティック競争には垂直的外部性の過大効果を緩和する作用があることが明らかになった。また，ある一定の条件の下で，ヤードスティック競争の効果が垂直的外部性の効果を内部化することが可能であることが導かれた。第２に最適な補助金政策に関して，Boadway and Keen（1996）では地方政府から中央政府への補助金政策が望ましいとの結論を得ていたが，ヤードスティック競争下における垂直的外部性が発生している経済においては，地方政府から中央政府への補助金が望ましいケースと，そして逆に，従来からの中央政府から地方政府への補助金が望ましいケースも存在することが明らかになった。さらに，本稿のモデルにおいては，中央政府がシュタッケルベルグ・リーダとして行動したとしても，Boadway and Keen（1996）と同様に，中央政府がセカンド・ベストの状態を達成することはできない。中央政府は垂直的外部性のみを内部化することはできるが，ヤードスティック競争下における公共財の過少性を矯正することはできない。このような場合，再選レントや地域間格差を適切に設定することで，ヤードスティック競争下における公共財の過少供給や垂直的外部性におけるの過大供給の問題を解決する政策が必要であることが明らかになった。

本稿では，主に中央政府と地方政府の２段階のゲームにおける垂直的外部性にヤードスティック競争を導入したが，中央政府と地方政府が同次手番のゲームにヤードスティック競争を導入した場合，垂直的外部性が内部化することが可能であるのか否かを今後分析する必要があるだろう。

注

１）垂直的外部性に関する主なサーベイ論文として，Keen（1998），堀場（2002，2008：第７章）がある。
２）後に必要な効用関数の偏微分は，$u_x^i \equiv \partial U_i/\partial x_i$, $b'(g_i) \equiv \partial U_i/\partial g_i$, $B'(G) \equiv \partial U_i/\partial G$, $b''(g_i) \equiv \partial^2 U_i/\partial g_i^2$, $B''(G) \equiv \partial^2 U_i/\partial G^2$ のように表記する。
３）攪乱項 ε_i は期待値が０，地域間で独立かつ同一の分布を持つ連続的な確率変数である。
４）$v'_i \equiv dv(w_i - \tau_i)/d(w_i - \tau_i)$ である。
５）中央政府と地方政府の予算制約が統合されているので，中央政府の補助金は政策変数から消去されている。
６）この手順は，Lazear and Rosen（1981）を参考にして構築した。
７）この仮定は，Seabright（1996）と同様の仮定である。
８）f は確率密度関数である。
９）この式の変形過程は Boadway and Keen（1996）と同様である。
10）確率密度関数を平均が０，分散が σ^2 の正規分布，$f(t) = (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-1} \cdot e^{-\frac{(t)}{2\sigma^2}}$ のように特定化した上での議論である。
11）Boadway and Keen（1996）では $T^* = \theta f'' nl$ を設定することでセカンド・ベストを達成することができる。

参考文献

Boadway, R. and M. J. Keen（1996）“Efficiency and the optimal direction of federal-state transfers.” *International Tax and Public Finance*, Vol. 3, pp. 137–155.
Keen, M. J.（1998）“Vertical tax externalities in the theory of fiscal federalism,” *Staff Papers*, Vol. 45, pp. 454–485.
Keen, M. J. and C. Kotsogiannis（2002）“Does federalism lead to excessively high taxes?,” *American Economic Review*, Vol. 92, pp. 363–370.
Keen, M. J. and C. Kotsogiannis（2003）“Leviathan and capital tax competition in federations,” *Journal of Public Economic Theory*, Vol. 5, pp. 177–199.
Keen, M. J. and C. Kotsogiannis（2004）“Tax competition in federations and the welfare consequences of decentralization,” *Journal of Urban Economics*, Vol. 56, pp. 397–407.
Lazear, E. P. and S. Rosen（1981）“Rank-order tournaments as optimum labor contracts,” *Journal of Political Economy*, Vol. 89, pp. 841–864.
Nishigaki, Y., Y. Higashi, and H. Nishimoto（2015）“Yardstick competition and the efficiency of local public good,” Proceedings of the 72nd Annual Congress of the International Institute of Public Finance, CD-ROM.
Seabright, P.（1996）“Accountability and decentralisation in government: An incomplete contracts model,” *European Economic Review*, Vol. 40, pp. 61–89.

東裕三・西垣泰幸（2014）「第２世代の地方分権理論とヤードスティック競争」，西本秀樹［編著］『地方政府の効率性と電子政府』，日本経済評論社，第２章所収.
堀場勇夫（2002）「垂直的外部性」『財政と経済構造の研究：理論的・実証的研究』（青山学院大学総合研究所経済研究センター研究叢書第10号），pp. 81–105，青山学院大学総合研究所.
堀場勇夫（2008）『地方分権の経済理論：第１世代から第２世代へ』，東洋済新報社.