有限時間での解の爆発

——一つのシステム動学論として——

寺　田　宏　洲

キーワード
カオス　非線形微分方程式系　H. ポアンカレ　初期値鋭敏性　有限時間
システム動学論　解の爆発　sink point

目　次

Ⅰ　はじめに——問題の所在——
Ⅱ　有限時間での解の爆発
(1)　半径 r の一般解
(2)　有限時間での解の爆発と初期値鋭敏性
(3)　sink point（原点）への動き
Ⅲ　結びに代えて

Ⅰ　はじめに——問題の所在——

われわれは，現実の経済の動きも一つのシステムの動学現象であると理解する。その動学現象の最も本質的にして典型的な振る舞いを示すいくつかの例を H. ポアンカレがすでに120年も前に提示している[1)]。われわれは，彼の２次元での非線形微分方程式系（動学モデル）に学び，アナロジカルな意味において経済の動学現象理解の一助にしようと考えるものである。このような思考に至ったのは，既存の経済学の理論と政策論の有効性が，バブル崩壊後の状況に照らして欠如していると痛感させられるからである[2)]。

H. ポアンカレは，いくつかの非線形微分方程式系（動学モデル）を提示し，即，モデルの振る舞いを図示しているだけである。即ち，最も重要な途中の論証が省略されているのである。

われわれは，１つの sink point と１つのリミットサイクルそして無限時間での解の発散を内含した３番目の例を素材にして，省略された理論の展開部分を補う作業[3)]を既になした。われわれは，本論文で，既に得られたその結論をある意味で拡張したいと考える。そのためには，再度，既に検討されたモデルを提示し，得られた結論だけを数式と図で示

1)　H. poincaré, *"Journal de Mathématiques pures et Appliquées"*, Annee 1882. pp.251-96.

2)　従って，伝統的経済学のフレームワークを超えて，21世紀型経済学の構築への努力は既に '80年代，'90年代からなされている。キーワード風に言えば，「複雑系経済学」，「金融工学」，「進化経済学」，「経済物理学」，「実験経済学」，「行動経済学」，「心理経済学」etc.

3)　寺田宏洲著，「非線形微分方程式系と不安定なリミットサイクル——複雑系経済学のために——」，『龍谷大学経済学論集』第43巻第１号（2003年６月），pp. 71-81.

す必要がある。

H. ポアンカレが提示した3番目のモデルは次式の形であった。

$$\frac{dx}{x(x^2+y^2-1)-y(x^2+y^2+1)}=\frac{dy}{y(x^2+y^2-1)+x(x^2+y^2+1)}$$

われわれの見慣れた形に書き変えると次のようになる[4]。

$$(\mathrm{I})\begin{cases}\dfrac{dx}{dt}=x(x^2+y^2-1)-y(x^2+y^2+1) & (1)\\ \dfrac{dy}{dt}=x(x^2+y^2+1)+y(x^2+y^2-1) & (2)\end{cases}$$

$x(t)$, $y(t)$ を極座標表示し，モデルの特異点である原点と動学解 $(x(t), y(t))$ までの距離を $r(t)$，x 軸から左回りにとった $r(t)$ とのなす角度を $\theta(t)$ とすれば，H. ポアンカレの示した非線形微分方程式系(Ⅰ)の振る舞いは，次の2つの微分方程式によって示されることになった。(2つの数式の番号は，われわれの論文[3]のものに依ることにする)。

$$\begin{cases}\dfrac{dr}{dt}=r(r^2-1) & (11)\\ \dfrac{d\theta}{dt}=r^2+1 \quad \text{ただし} \quad r>0 & (12)\end{cases}$$

(12)式については，常に $\dfrac{d\theta}{dt}>0$ なので，時間 t に関して θ は左回りで回転していることがわかる。

(11)式については，$\dfrac{dr}{dt}=0$ を満たす $r=1$（ただし $r>1$）を境にして次の3つのケースに分けて考えられる。即わち，

(i) $r>1$ なら，$\dfrac{dr}{dt}>0$ なので，半径 r を増加させながら左回りで回転していくような動きをする。したがって，時間 t を無限大にとれば動学解 $r(t)=r(x(t), y(t))$ は爆発して発散する。

(ii) $r=1$ なら $\dfrac{dr}{dt}=0$ なので，半径 r を1に保ったままのリミットサイクル上を左回りで回転する。

(iii) $0<r<1$ なら $\dfrac{dr}{dt}<0$ なので，半径 r を小さくさせながら左回りで特異点の原点に向かって吸い込まれるように動く。従って，原点が sink point になる。

以上のことを総合的に考慮すると，(図1）になる。

ただし，ポアンカレは，われわれの（図1）に相当するものとして原論文で（図2）を与えている。

---

4) イコール $\dfrac{dt}{1}$ と考えて変形すると，(1)，(2)式が生れる。

図　1

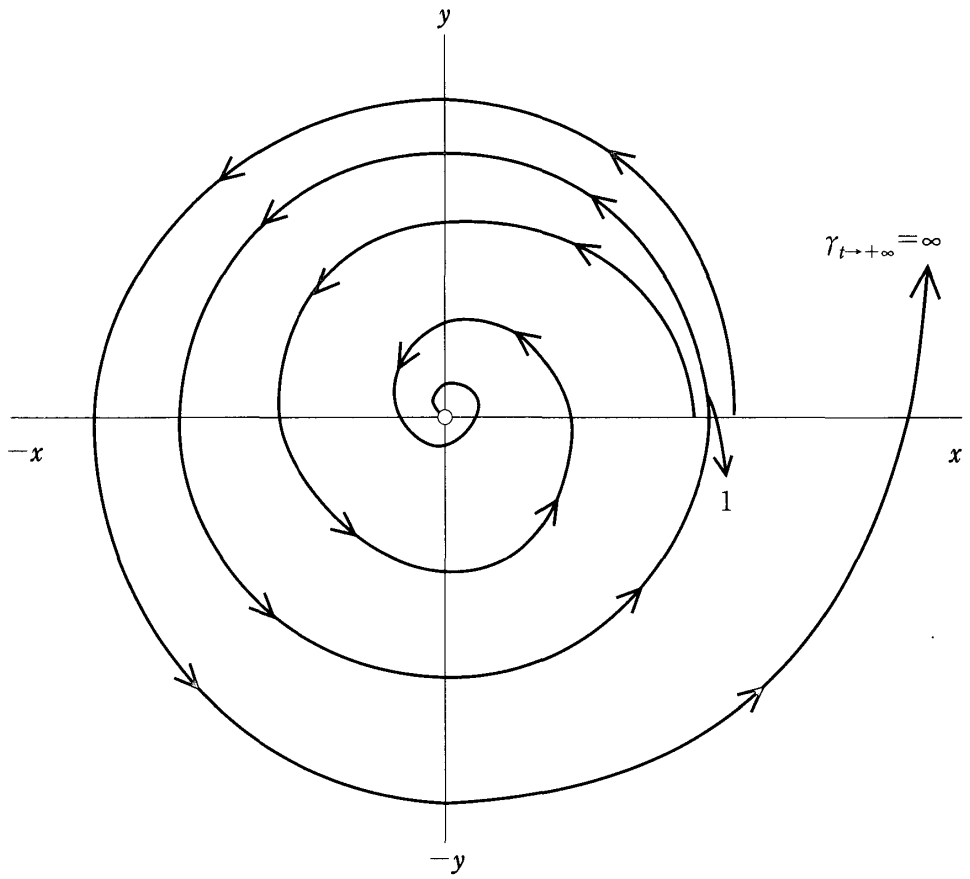
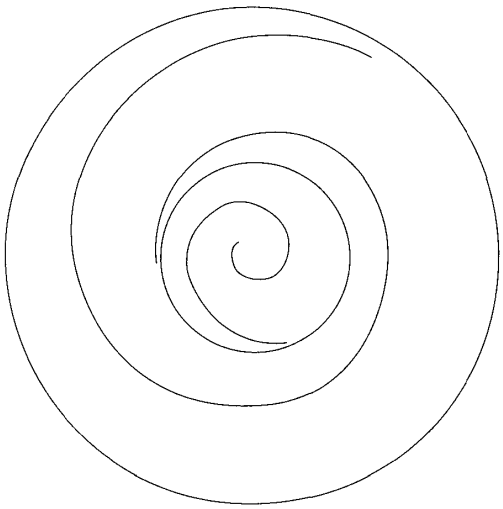


図　2　H. ポアンカレの原図（1882年，p. 279. Fig 26）



H. ポアンカレの与えた（図２）は，単純なケアレスミスであろうが誤りであり，正しくはわれわれの（図１）であることは先の論文で論証済みである。

ところで，(11)式の微分方程式を解いて $r(t)=r(x(t), y(t))$ の初期値 $r_{t=0}=r_0$ と時間 t を明示的に取り扱うということについてである。そうすることによって，先のわれわれの

論文での結果――(11), (12)式と（図１）――は，どのように修正・補強されるのであろうか？　これが本論文執筆の動機と目的である。

実際，次のⅡ章の第１節で，原点と動学解との距離である（つまり，半径である）$r(t)$の一般解を求めてみることによって，時間を無限大にとらなくても，つまり，有限時間内で，解の爆発・発散が起こることが理解される。しかも，そこでの解の爆発現象は，動学解の重要な特徴の一つである初期値鋭敏性を見事に示していることが第２節で理論的に説明されるであろう。論証は，数式と図と言葉との三位一体をとりながらなされる。

最後のⅢ章で若干の結論が付されるであろう。

Ⅱ　有限時間でのカオス

(1)　半径 $r(t)$ の一般解

半径 r は，時間 t に関してどのような動きをとるのであろうか。それを調べるためには，(11)式の微分方程式を解けばよい。

$$\frac{dr}{dt}=r(r^2-1) \qquad \text{ただし} \quad r>0 \tag{11}$$

(11)式を変数分離形に直してみる。

$$\frac{dr}{r(r^2-1)}=dt \tag{11-1}$$

左辺の dr の係数を部分分数に展開して未知数 a, b, c を確定してみよう。

$$\frac{1}{r(r^2-1)}=\frac{a}{r}+\frac{b}{r+1}+\frac{c}{r-1} \tag{11-2}$$

より

$$1=(a+b+c)r^2+(c-b)r-a$$

この式を満たすためには，$a=-1$，$c-b=0$，$a+b+c=0$ よって，

$$a=-1,\ b=c=\frac{1}{2} \tag{11-3}$$

(11-3)式を(11-2)式に代入して(11-1)式に戻してやると，

$$\left(-\frac{1}{r}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{r+1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{r-1}\right)dr=dt \tag{11-4}$$

ここで，半径 r を (A) $0<r<1$, (B) $r=1$, (C) $r>1$ の３つのケースに分けて，それぞれのケースにおける r の一般解を求めてみよう。

(A)　$0<r<1$，$0<r_{t=0}=r_0<1$ のケース

この前提で(11-4)式を解けばよい。

$$\int_{r_0}^{r}\left(-\frac{1}{r}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{r+1}-\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{1-r}\right)dr=\int_0^t dt=t$$

$$\left[-\log r+\frac{1}{2}\log(r+1)+\frac{1}{2}\log(1-r)\right]_{r_0}^{r}=t$$

$$-2\log\left(\frac{r}{r_0}\right)+\log\left(\frac{1-r^2}{1-r_0^2}\right)=2t$$

$$\log\left(\frac{1-r^2}{1-r_0^2}\times\frac{r_0^2}{r^2}\right)=2t$$

$$\frac{1-r^2}{r^2}=\frac{1-r_0^2}{r_0^2}e^{2t}$$

$$\frac{1}{r^2}=1+\frac{1-r_0^2}{r_0^2}e^{2t}$$

よって，

$$r(t)=\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1-r_0^2}{r_0^2}e^{2t}}} \tag{11-5}$$

(11-5)式が $0<r<1$ における半径 r の時間 t に関する一般解である。時間 t を (i) $t=0$, (ii) $t\to+\infty$, (iii) $t\to-\infty$ の3つのケースに分けて，それぞれにおける半径 r の動きを調べてみよう。なお，(12)式の $\dfrac{d\theta}{dt}=r^2+1>0$，（ただし $0<r<1$）となるので解の軌跡は，t をどのようにとっても左回りである。

(i) $t=0$ のときは，(11-5)式より $r=r_0$ となる。
即わち，$t=0$ のときの r は，当然のことながら初期値 r_0 をとることになる。

(ii) $t\to+\infty$ のときは，(11-5)式の分母の $\sqrt{\ }$ の中が $+\infty$ になるので，$r\fallingdotseq 0$ に漸近することになる。
即わち，t を $+\infty$ にとるということは，初期値 r_0 から左回りに原点（$r=0$）に向って蝸線状に半径 r を小さくさせる動きをとるということである。

(iii) $t\to-\infty$ にとると，(11-5)式の e^{2t} は0に近づくので $r\fallingdotseq 1$ となる。
即わち，t を $-\infty$ にとるということは，半径 r がほぼ1に近い内側から出発して，左回りで初期値 r_0 に向う動きをとるということである。

時間 t を3つのケースに分けたときの半径 r の動き—— つまり，(11-5)式の動き——を統一的に図示すると，次の（図3）が得られる。

(B)　$r=r_0=1$ のケース

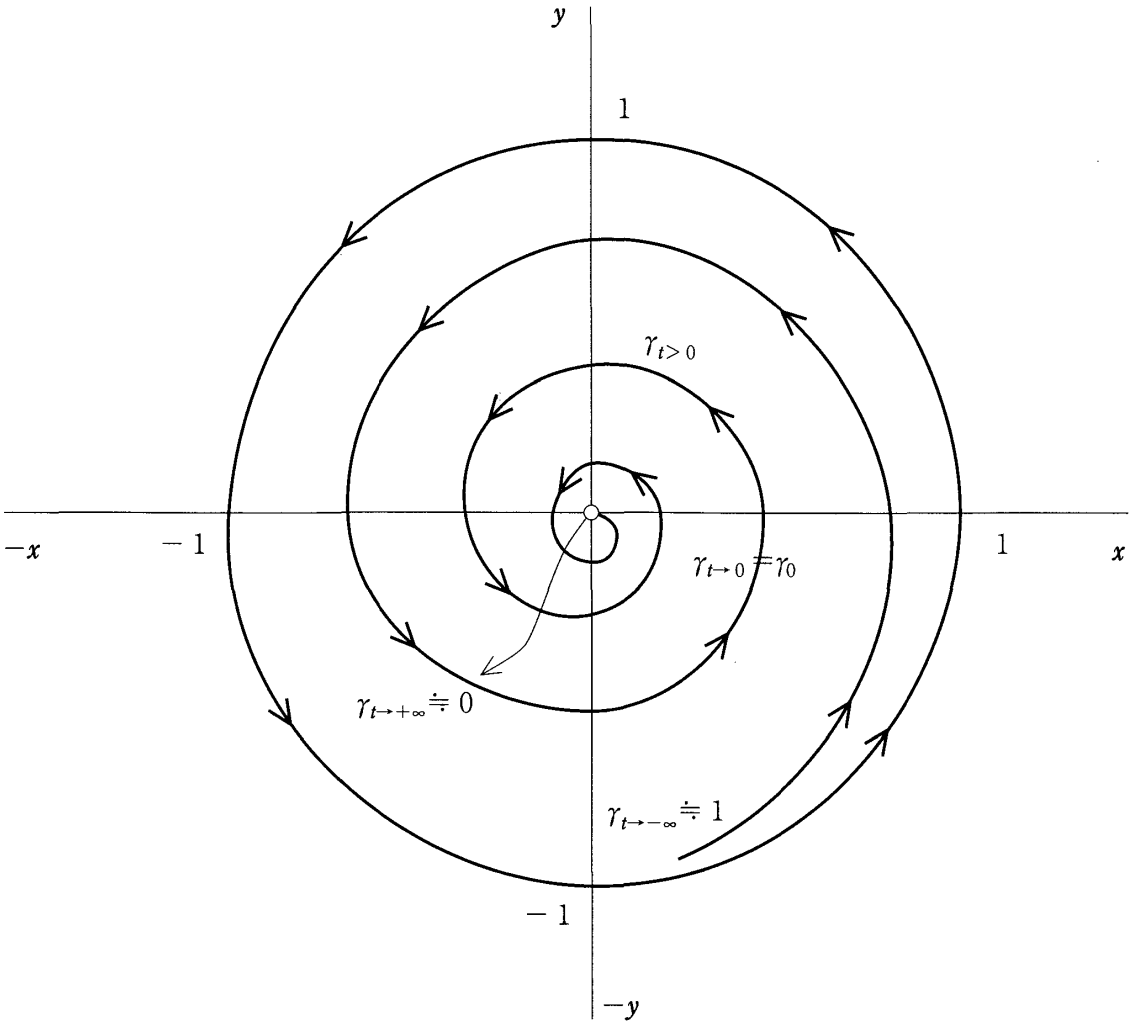
ここでは，(11)式，(12)式はそれぞれ次のようになる。

$$\frac{dr}{dt}=r(r^2-1)=0 \text{ で常に } r=r_0=1 \tag{11-6}$$

$$\frac{d\theta}{dt}=r^2+1=2>0,\quad \theta-\theta_0=2t \tag{12-1}$$

即わち，$r=1$ の円周上を解の軌跡は左回りで時間 t に関して等速度加速度運動を行うことが分かる。（図3）に敢えて図示しておく。

図 3



(C) $r>1$, $r_{t=0}=r_0>1$ のケース

ここでの半径 r の時間 t に関する一般解を求めてみよう。即わち，(11-4)式を解けばよい。

$$\left(-\frac{1}{r}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{r+1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{r-1}\right)dr=dt \tag{11-4}$$

$$\int_{r_0}^{r}\left(-\frac{1}{r}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{r+1}+\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{r-1}\right)dr=\int_0^t dt=t$$

$$\left[-\log r+\frac{1}{2}\log(r+1)+\frac{1}{2}\log(r-1)\right]_{r_0}^{r}=t$$

$$-\log\left(\frac{r}{r_0}\right)+\frac{1}{2}\log\left(\frac{r+1}{r_0+1}\right)+\frac{1}{2}\log\left(\frac{r-1}{r_0-1}\right)=t$$

両辺を 2 倍する。

$$-\log\left(\frac{r}{r_0}\right)^2+\log\left(\frac{r+1}{r_0+1}\right)\left(\frac{r-1}{r_0-1}\right)=2t$$

$$\log\left(\frac{r^2-1}{r_0^2-1}\right)\cdot\left(\frac{r_0^2}{r^2}\right)=2t$$

$$\frac{r^2-1}{r^2}\cdot\frac{r_0^2}{r_0^2-1}=e^{2t}$$

$$\frac{1}{r^2}=1-\frac{r_0^2-1}{r_0^2}e^{2t}$$

よって，

$$r(t)=\frac{1}{\sqrt{1-\frac{r_0^2-1}{r_0^2}e^{2t}}} \qquad (11\text{-}7)$$

(11-7)式が，$r>1$，$r_0>1$ のケースでの時間 t に関する半径 r の一般解である。

ここで，(11-7)式の$\sqrt{\ }$の中が 0 に近づくときの――つまり，$r\to+\infty$ になるときの――時間 t を求めてみよう。

$1-\frac{r_0^2-1}{r_0^2}e^{2t}=0$　より

$$t=\frac{1}{2}\log_e\frac{r_0^2}{r_0^2-1} \qquad (11\text{-}8)^{5)}$$

(11-8)式は，きわめて重要な意味を持っている。

Ⅱ章の議論では，$r>1$ のとき t を $+\infty$ にとれば r は $+\infty$ になる（解は爆発する）ということであった。しかしながら，ここでは微妙に異なる結論――そのことがきわめて重要なことであるが――を引き出しているのである。具体的には次の 4 つの性質を(11-8)式は意味しているのである。

① $r>1$，$r_0>1$ である限り，(11-8)式の示す有限な時間で(11-7)式の分母が 0 に近づくことから，半径 r は $+\infty$ になる。つまり，解は爆発するという重要な帰結を意味する。

② 半径 r が $+\infty$ になるためのその有限な時間は，(11-8)式が教えるように初期値 $r_0(>1)$ の値の大きさに依存して決ってくる。

③ $t=0$ にとったときの r は，(11-7)式から $r=\frac{1}{\sqrt{1/r_0^2}}=r_0$ となる。

④ $t\to-\infty$ にとったときの r は，(11-7)式から $r\fallingdotseq1$ になる。つまり，t を $-\infty$ にとるということは，$r\fallingdotseq1$ のごく近い外側から動学解は出発して，$t=0$ のときの初期値 $r_0(>1)$ に近づく動きをするということである。

$r>1$，$r_0>1$ を念頭において，（図 3）とのアナロジカルな図を描けば，次の（図 4）を得ることになる。

---

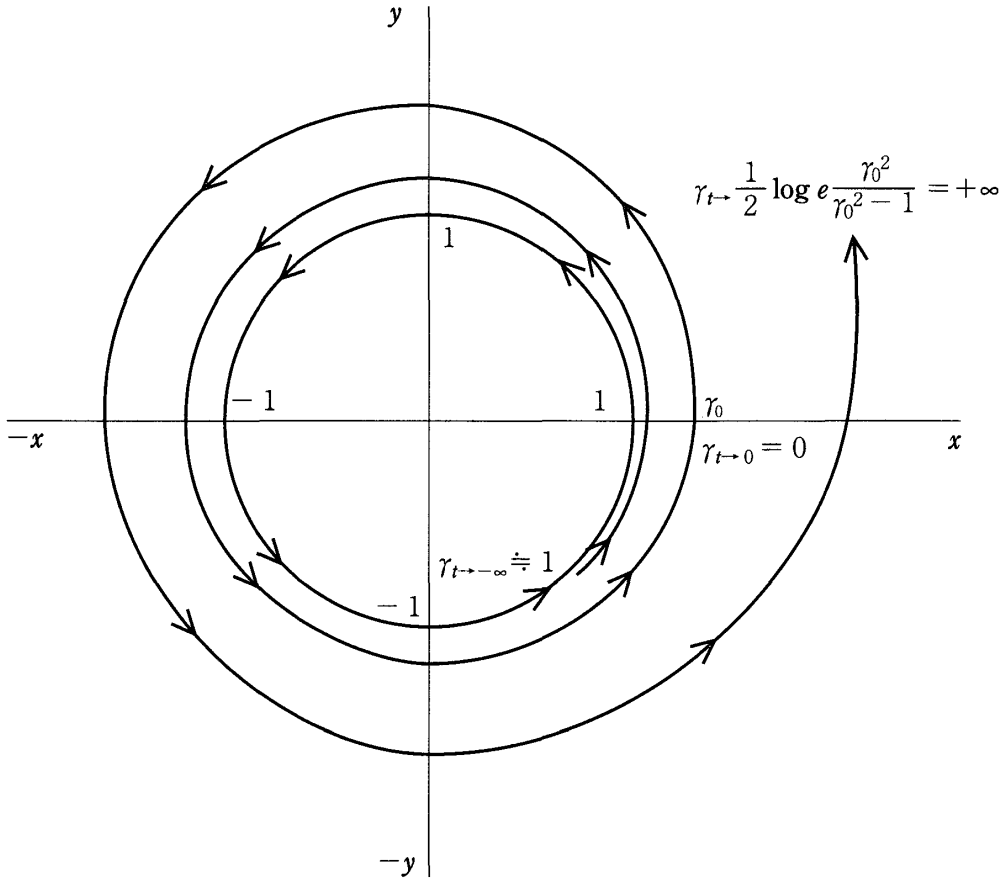
5)　$1-\frac{r_0^2-1}{r_0^2}e^{2t}=0$ より，$e^{2t}=\frac{r_0^2}{r_0^2-1}$

両辺の自然対数をとる。

$2t=\log_e\frac{r_0^2}{r_0^2-1}$

よって，$t=\frac{1}{2}\log_e\frac{r_0^2}{r_0^2-1}$　(11-8)

図 4



(2) 有限時間での解の爆発と初期値鋭敏性

（図4）では，解が爆発する（explode）つまり，半径 r が $+\infty$ になるための有限な時間 t と，そのときの初期値 r_0 の大きさとの関係が implicit である。それを explicit な形で描き直したものが次の（図5）である。作図上の便宜さのために，初期値 $r_0=0.2$，0.5，1，1.1，1.5，2 と取ることにする。

（図5）の意味する重要な論点は以下の4点に整理される。

① $r>1$ の場合の右上がりの3つの双曲線は，カオスの重要な特徴である初期値鋭敏性[6]を見事に現わしている。

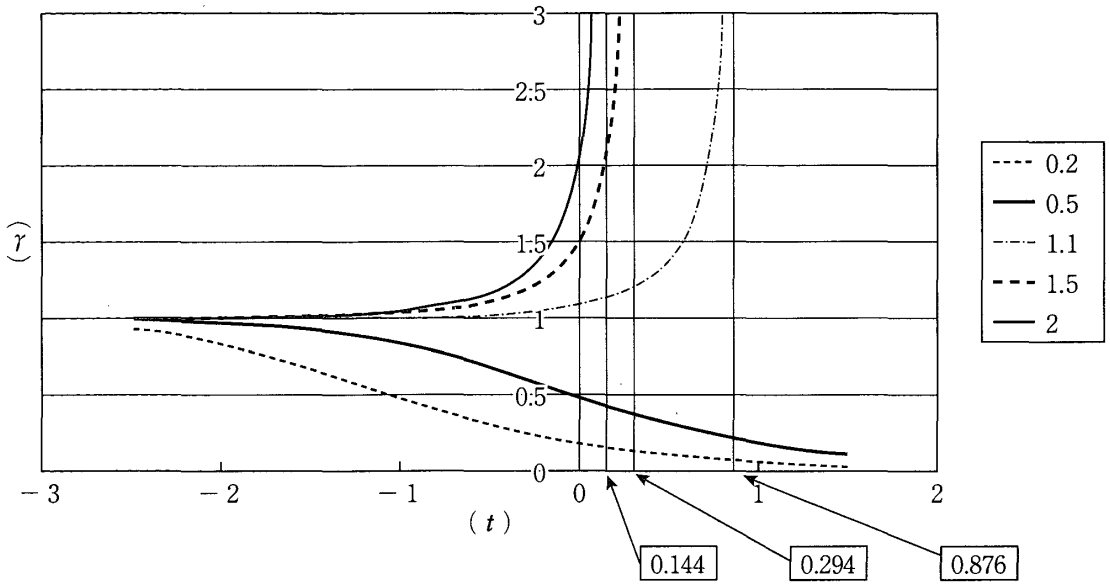
即わち，初期値のわずかな誤差が，その後の半径 r の大きさ，ひいては，非線形微分方程式系の動学解の軌跡に大きな差異を与えている。

② しかも，動学解が爆発して半径 r が $+\infty$ になるのに必要な時間は，（図1）で表わされる無限時間ではなくて，ここでは有限時間である。

即わち，(11-8)式が教えているように，初期値 $r_0=1.1$ の場合に $t\fallingdotseq 0.876$ であり，$r_0=1.5$ の場合には $t\fallingdotseq 0.294$，$r_0=2$ の場合には $t\fallingdotseq 0.144$ である。重ねて強調しておく

6) H. W. ローレンツ著，小野崎，笹倉訳『非線形経済動学とカオス』日本経済新聞社，2000年，p. 177.

図　5



と，無限時間ではなくて，有限時間でカオスが起こっているという指摘がここでは重要なのである。

③　$r>1$ の場合の右上がりの3つの双曲線上での角速度 θ は，どんな動きをするのであろうか？

(12)式 $\dfrac{d\theta}{dt}=r^2+1$ が教えるように，θ は単位時間当たり幾何級数的に加速される動きをとることになる。(図4）で言えば，左巻きの渦巻きは，どんどん加速されて発散していくのである。

④　$r=1$ の場合の半径 r と時間 t との相関関係は，$r=1$ を通る x 軸と平行な右向きの直線で表わされる。

前に掲げた（図3）や（図4）で半径1の円周上を左回りにぐるぐる回る動きが，(図5）では $r_{t\to-\infty}=1$ から $r_{t=0}=r_0=1$ から $r_{t\to+\infty}=1$ と表わされている。

また，そこでの角速度 θ は，(12)式が教えるように単位時間当たり2の等加速度運動を行っているのである。

(3)　sink point（原点）への動き

$0<r_0<1$ の場合の(11-5)式のグラフを描いてみよう。

$$r(t)=\frac{1}{\sqrt{1+\dfrac{1-r_0^2}{r_0^2}e^{2t}}}=\left(1+\frac{1-r_0^2}{r_0^2}e^{2t}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{11-5}$$

$0<r_0<1$，$1+\dfrac{1-r_0^2}{r_0^2}e^{2t}=A(>0)$ とおく。

$\frac{dr}{dt}=-\frac{1}{2}\cdot A^{-\frac{3}{2}}\times\frac{1-r_0^2}{r_0^2}\times 2\times e^{2t}<0$ よって，r関数は右下りとなる。

$$\frac{d^2r}{dt^2}=-\frac{1}{2}\times-\frac{3}{2}\times A^{-\frac{5}{2}}\times\left(\frac{1-r_0^2}{r_0^2}\times 2\times e^{2t}\right)^2-\frac{1}{2}A^{-\frac{3}{2}}\times\frac{1-r_0^2}{r_0^2}\times 2\times 2\times e^{2t}$$

$$=-\frac{1}{2}A^{-\frac{5}{2}}\times\frac{1-r_0^2}{r_0^2}\times 2\times e^{2t}\times\left[-\frac{3}{2}\times\frac{1-r_0^2}{r_0^2}\times 2\times e^{2t}+\left(1+\frac{1-r_0^2}{r_0^2}e^{2t}\right)\times 2\right]$$

$$=-\frac{1}{2}A^{-\frac{5}{2}}\times\frac{1-r_0^2}{r_0^2}\times 2\times e^{2t}\times\left[2-\frac{1-r_0^2}{r_0^2}e^{2t}\right]$$

＝線部は，$0<r_0<1$，$A>0$なので常に負となる。

ここで，$\left[2-\frac{1-r_0^2}{r_0^2}\cdot e^{2t}\right]=0$を満たす時間$t$を求めてみる。

$$e^{2t}=2\times\frac{r_0^2}{1-r_0^2}$$

両辺の自然対数をとる。

$$2t=\log_e\frac{2r_0^2}{1-r_0^2}$$

よって，

$$t=\frac{1}{2}\log_e\frac{2r_0^2}{1-r_0^2} \qquad (11\text{-}5)'$$

のとき$\frac{d^2r}{dt^2}=0$となるので，r関数は変曲点をもつことになる。

言うまでもなく，初期値r_0の値によってr関数の変曲点は変りうる。また，例えば，$r_0=0.5$のとき$t=\frac{1}{2}\log_e\frac{2\times 0.25}{1-0.25}\fallingdotseq-0.2027$となる。同様にして，$r_0=0.2$のとき$t=\frac{1}{2}\log_e\frac{2\times 0.04}{1-0.04}\fallingdotseq-1.2425$で変曲点をとる。

（図５）で表わされる$0<r<1$での半径rと時間tとの関係は，（図３）および(11-5)式が示す初期値を，例えば0.5あるいは0.2にとったケースとして描き直されたものである。

（図３）では，時間経過とそれに対応する半径rの渦巻きの動きはごくスムーズなものに見えるが，よく調べてみると（図５）が示すように変曲点をもった動きとなっていることに注意すべきである。時間が過去（左）→現在（原点）→未来（右）へと流れると考えた場合の変曲点の前後では，r関数が上に凸から下に凸の形状に変わっているのである。

従って，実際には，変曲点の前後でΔtに対するΔrの動きは，逓増から逓減へと変わってきているのである。決してスムーズな運動をしているわけではない。

また，角速度θの動きは，(12)式が示すように，単位時間当たりの約２の大きさから約１の大きさに減衰運動を起しているのである。

Ⅳ　結びに代えて

本稿は，H. ポアンカレの非線形微分方程式系を素材にして，一つのシステム動学論としてシステムの安定性あるいは不安定性について議論を展開してきた。

各章の中で，明確になった論点は既に指摘してきたし，議論の展開については可能な限り数式――図――言葉との三位一体に留意して議論の客観性を確保してきた。

本稿を閉じるに当たり，改めて指摘するに足る論点だけを以下にまとめて結びとしたい。

第１の論点は，（図１）についてである。そこでは２つのことが指摘される。

① 初期値 r_0 が $r_0=1$ をとらない限り，現実的には $r=1$ のリミットサイクルは不安定なものになるし，ここでの動学モデルもシステムも不安定なものになる。

② 初期値 r_0 を１のほんの少し外側に置き，時間 t を無限大にとれば r は $+\infty$ になる。つまり，このモデルの動学解は，爆発する。

第２の論点は，われわれの（図１）に対応するものとして，H. ポアンカレが原論文の中で掲げた図――ここでは，（図２）――についてである。結論から先に言うと，H. ポアンカレの図は誤りである。われわれの（図１）が正しいのである。即わち，

① 初期値 r_0 を（半径１？）のごく内側から出発させた場合の動学解の軌跡は，右回りで原点に沈み込むのではなくて，われわれの（図１）に示されるように，左回りで原点に沈み込むのである。

② 初期値 r_0 が（半径１？）のごく外側から出発した場合の動学解の軌跡は，時間 t を $+\infty$ にとった場合，右回りで発散するのではなくて，われわれの（図１）のように，左回りで発散してカオス状態に突入するのである。

第３の論点は，カオスと時間との関係である。

① （図１）で示したように，初期値 r_0 を１より外側にとり，時間を $+\infty$ にとりさえすれば，半径 r は無限大，つまり，この動学モデルの解は爆発するし，従って，このモデルで表わされるようなシステムもカオス的状況に突入することになる。

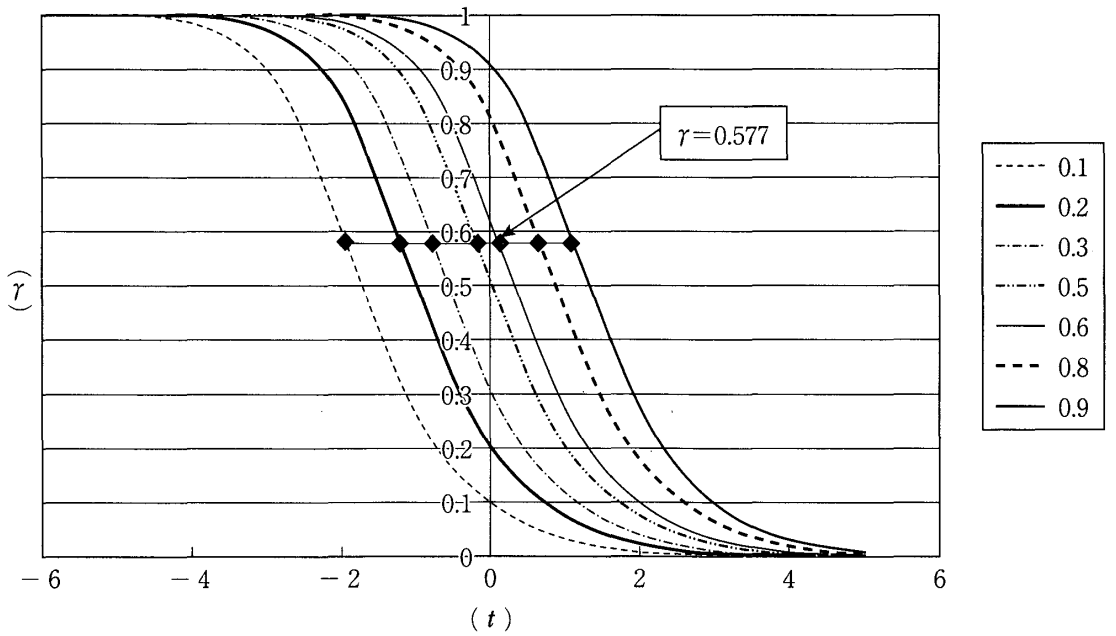
② しかしながら，（図４）や（図５）で示されるように，初期値 r_0 を１より外側にとりさえすれば，無限時間をかけることなく有限時間内でカオスがおこるのである。しかも，その有限時間の大きさは，(11-8)式が示すように初期値 r_0 の大きさに依存することになる。この論点こそ本稿で最も強調したい論点である。また，（図５）では，カオスの重要な特徴の一つである初期値鋭敏性が明確に現れていることが重要である。

第４の論点は，$0<r<1$ のときの時間変化に対する半径 r の軌跡についてである。（図５）の $0<r<1$ のところのグラフをたくさん描き，各 r 関数の変曲点の状況を書き直したものが（図６）である。（図１），（図３）と，（図６）との差異について考えてみよう。

① （図１）および（図３）では，動学解はごくスムーズに原点に向って沈み込んでいく動きを示している。

② しかしながら（図６）では，(11-5)' 式の教えるところにより初期値 r_0 の値によっ

図 6



て変曲点をとる時点が異なる。即わち，初期値 r_0 が 0.577 をとるまでは過去の或る時点において，$r_0 \fallingdotseq 0.577$ のときは現在において，また 0.577 より大きい r_0 に及んでは未来の或る時点において変曲点をとることになる。r は t に関して右下りであるが，変曲点の前後において単位時間当たりの r の減少のスピードに逓増から逓減へという変化が与えられているのである。

（図１）や（図３）で示されるように，時間に関して半径 r は一様に減少しているのではない。

参考文献

1. L. Brand (1996): *Differential and Difference Equation,* John Wiley & Sons, Inc., New York.
2. H. Poincare' (1882), 'Courbes De'finies par une E'quation Diffe'rentielle' *Journal de Mathe'matiquees pures et Applique'es,* Annee. Paris, pp. 278～9.
3. S. Lefschetz (1962): *Differential Equation: Geometric Theory,* Second Edition, Interscience, New York.
4. H. W. Lorenz (1989, 93): *Nonlinear Dynamic Economics and Chaotic Motion,* Springer-Ver-lag Berlin, Heiderberg（H. W. ローレンツ著，小野崎保，笹倉和幸訳『非線形経済動学とカオス』日本経済評論社，2000年。）
5. Pierre. N. V. Tu (1992): Dynamical Systems: *An Introduction with Applications in Economics and Bilogy,* Springer-Verlag Berlin（ピエール N. V. チュー著，永田，堂谷，笹倉，大阿久共訳『経済分析ダイナミカルシステム』文化書房博文社，1997年。）
6. S. Wiggins (1990): *Introduction to Applied Nonlinear Dynamic Systems and Chaos,* Springer-Verlarg, New York（S. ウィギンス著，丹羽敏雄監訳『非線形の力学的とカオス　上』シュプリンガー・フェアラーク東京，1993年。）

※この研究は，４年前に始めた本学部，伊藤敏和教授との「複雑系」研究会の成果の一部である。記して感謝したい。言うまでもなく，あり得べき誤まりは，すべて筆者の責任である。（受理　2003年７月16日）